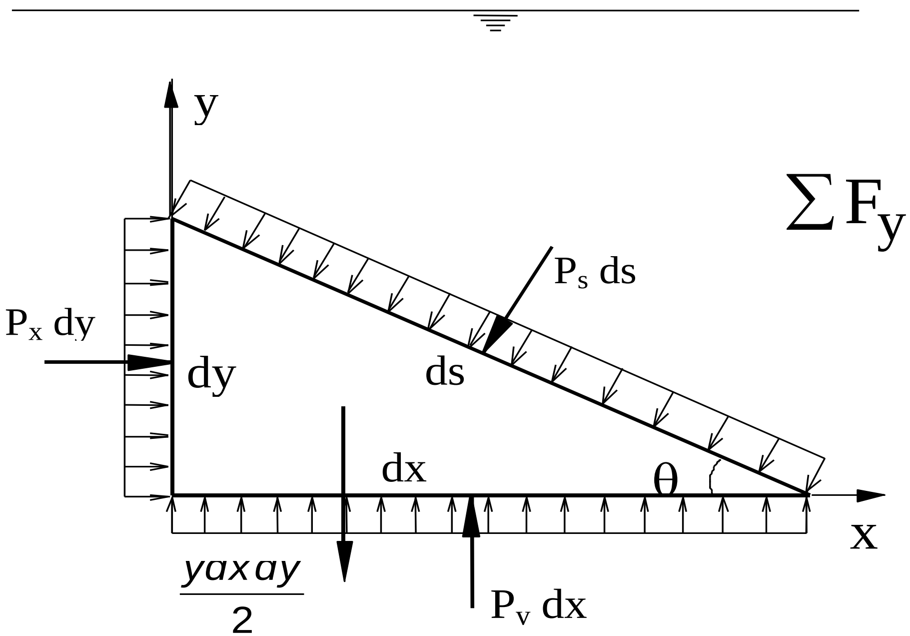
BÖLÜM 2

AKIŞKANLARIN STATİĞİ (HİDROSTATİK)

BİR NOKTADAKİ BASINÇ

$$p = \frac{F}{A} \qquad p = \frac{dF}{dA}$$



$$\sum F_x = p_x dy - p_s ds \sin\theta = 0$$

$$dy = ds \, Sin\theta$$

$$p_x = p_s$$

$$\sum F_y = p_y dx - p_s ds \cos\theta - \gamma \frac{dxdy}{2} = 0$$

$$dx = ds \cos\theta$$

$$p_y = p_s$$

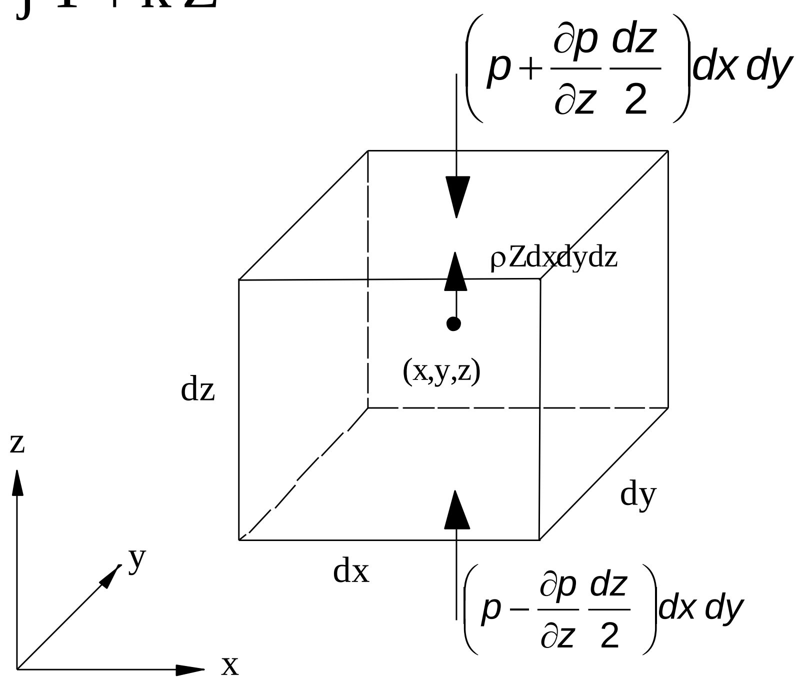
$$p_x = p_y = p_s$$

SIKIŞMAYAN AKIŞKANLARDA STATİK BASINCIN DEĞİŞMESİ

Akışkan elemanının merkezindeki basınç: p

Kütlesel kuvvet bileşenleri: X, Y, Z

$$\vec{K} = \vec{i}\,X + \vec{j}\,Y + \vec{k}\,Z$$



z yönünde kütlesel kuvvetler : $Zdm = \rho Z\,dxdydz$

yüzeylerdeki basınç kuvvetleri: $\left(p - \frac{\partial p}{\partial z}\frac{dz}{2}\right)dxdy$ $\left(p + \frac{\partial p}{\partial z}\frac{dz}{2}\right)dxdy$

z doğrultusundaki net kuvvet :

$$dF_z = \left(p - \frac{\partial p}{\partial z}\frac{dz}{2}\right)dxdy - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z}\frac{dz}{2}\right)dxdy + \rho Z dxdydz$$

$$dF_z = \rho Z dxdydz - \frac{\partial p}{\partial z}dxdydz$$

x doğrultusundaki net kuvvet : $dF_x = \rho X dxdydz - \frac{\partial p}{\partial x} dxdydz$

y doğrultusundaki net kuvvet : $dF_y = \rho Y dxdydz - \frac{\partial p}{\partial y} dxdydz$

Eleman üzerine etkiyen net kuvvet vektörel olarak:

$$d\vec{F} = \vec{i}\,dF_x + \vec{j}\,dF_y + \vec{k}\,dF_z$$

$$= \rho\left(\vec{i}X + \vec{j}Y + \vec{k}Z\right)dxdydz - \left(\vec{i}\frac{\partial p}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial p}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial p}{\partial z}\right)dxdydz$$

Akışkan sükunette olduğundan bileşke kuvvetler sıfırdır

$$d\vec{F} = 0$$

$$\vec{\nabla} p = \rho \vec{K}$$

Bir noktadaki basınç gradyanı birim hacme gelen kütlesel kuvvetlerin bileşkesine eşittir ve aynı yöndedir.

denkleminin bileşenleri

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho X, \qquad \frac{\partial p}{\partial y} = \rho Y, \qquad \frac{\partial p}{\partial z} = \rho Z$$

yer vektörü : $d\vec{s}=\vec{i}dx+\vec{j}dy+\vec{k}dz$

$$\vec{\nabla}p.d\vec{s}=\rho\vec{K}.d\vec{s}$$

$$\left(\vec{i}\frac{\partial p}{\partial x}+\vec{j}\frac{\partial p}{\partial y}+\vec{k}\frac{\partial p}{\partial z}\right).\left(\vec{i}dx+\vec{j}dy+\vec{k}dz\right)=\rho\left(\vec{i}X+\vec{j}Y+\vec{k}Z\right).\left(\vec{i}dx+\vec{j}dy+\vec{k}dz\right)$$

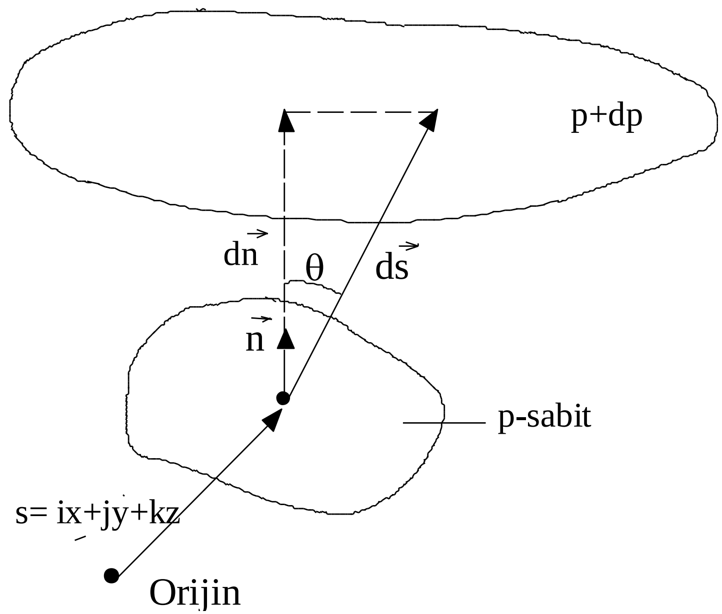
$$\frac{\partial p}{\partial x}dx+\frac{\partial p}{\partial y}dy+\frac{\partial p}{\partial z}dz=\rho\left(Xdx+Ydy+Zdz\right)$$

$$dp=\rho(Xdx+Ydy+Zdz)$$

BASINCIN SABİT OLDUĞU YÜZEYLER

$$dp = \vec{\nabla} p . d\vec{s} = \frac{\partial p}{\partial n} \vec{n} d\vec{s} = \frac{\partial p}{\partial n} ds \cos\theta$$

$$dp = \frac{\partial p}{\partial n} ds \cos\theta = 0$$



Basıncın sabit olduğu yüzeylere eş basınç yüzeyler veya **potansiyel yüzey** denir.

SADECE YERÇEKİMİ ALTINDA BASINCIN DEĞİŞİMİ

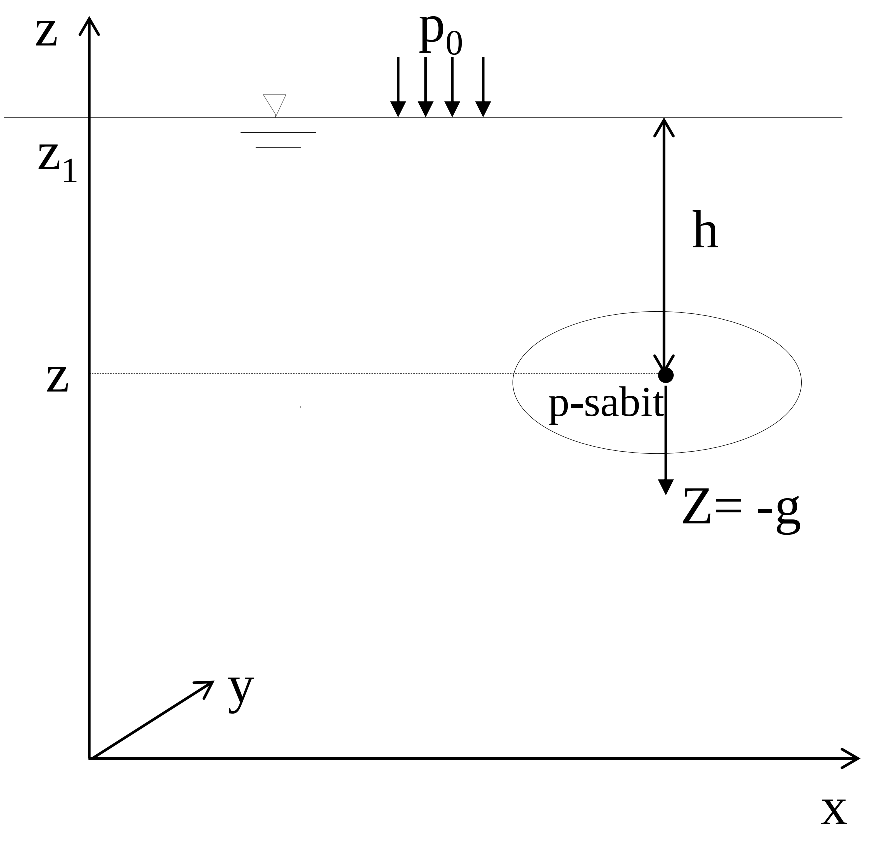
$X = 0\ ,\ \ Y = 0\ \ ,\ \ Z = -g$

x doğrultusunda :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \Rightarrow p = sabit$$

y doğrultusunda :

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \Rightarrow p = sabit$$



z doğrultusunda :

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \rho Z = -\rho g = -\gamma \qquad \text{veya} \qquad dp = -\gamma\, dz$$

integre edilirse:

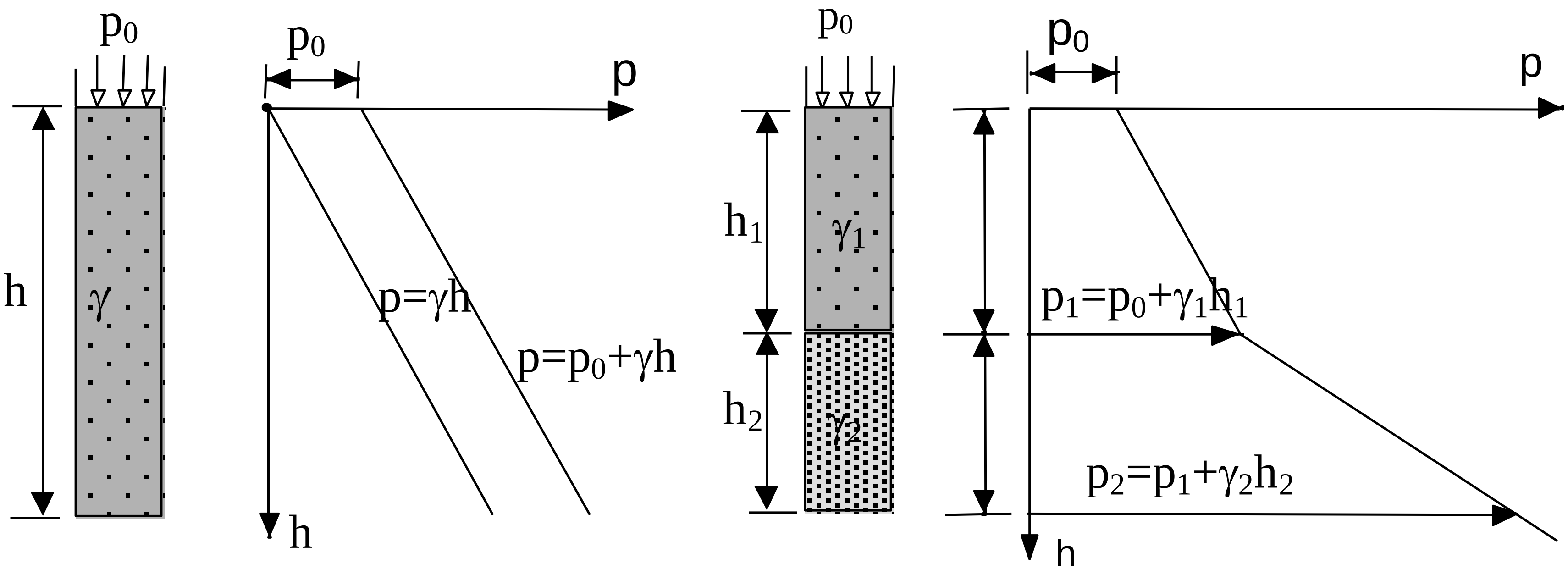
$$p = -\gamma z + C \qquad C = p_0 + \gamma h$$

$$p = p_0 + \gamma (z_1 - z)$$

$$p = p_0 + \gamma h$$

Serbest su yüzeyinde $p_0 = 0$ alınırsa:

$$p = \gamma h$$



Hidrostatik Basınç'ın Derinlikle Değişimi

Sıvı yüzeyinden eş derinlikteki noktalarda basınçlar aynı olup bu sonuç Pascal kanunu olarak adlandırılır.

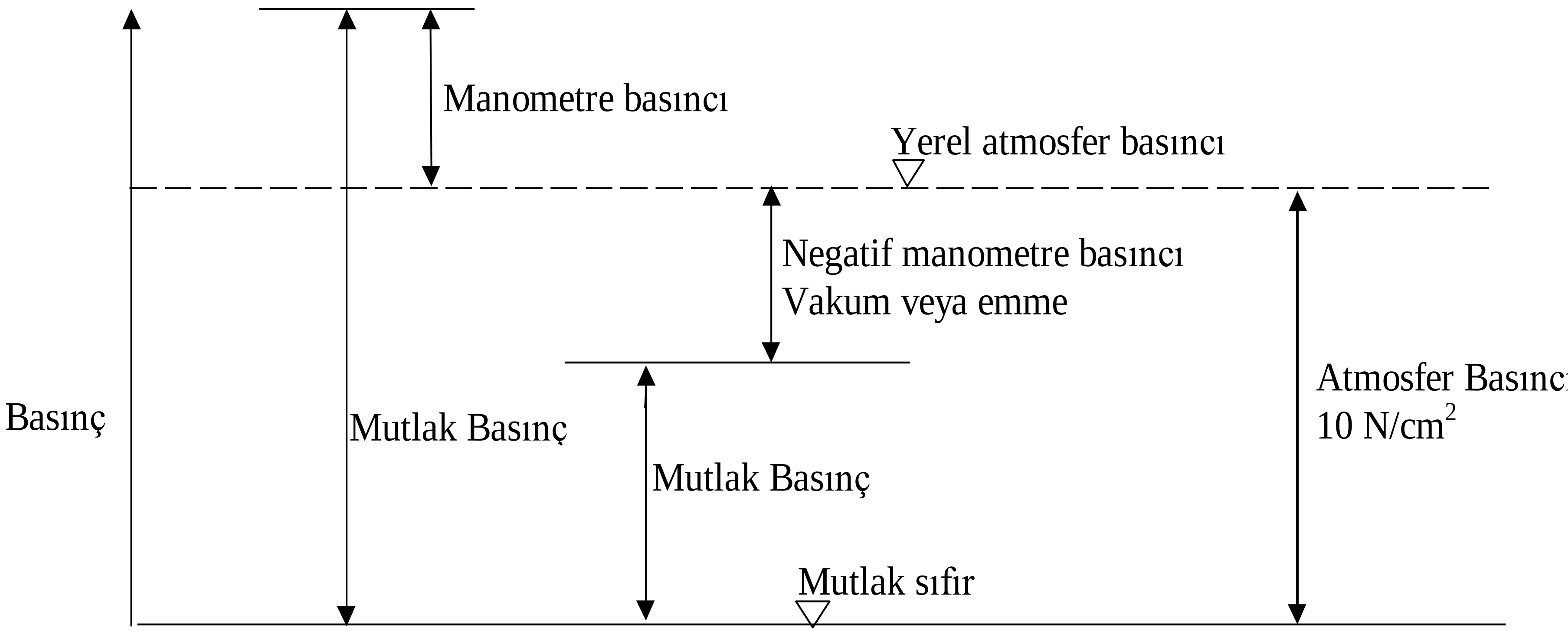
Mutlak Basınç ve Rölatif Basınç (Manometre Basıncı)

Hidrostatik basınç, tam vakum-mutlak sıfırdan olan farka göre tanımlandığında mutlak basınç, p_{mut} , yerel atmosfer basıncından, p_{atm}, olan farka göre tanımlandığında ise rölatif basınç, p, olarak adlandırılır.

Basınç ölçen manometreler genelde rölatif basıncı verdiğinden rölatif basınca manometre basıncı da denir.

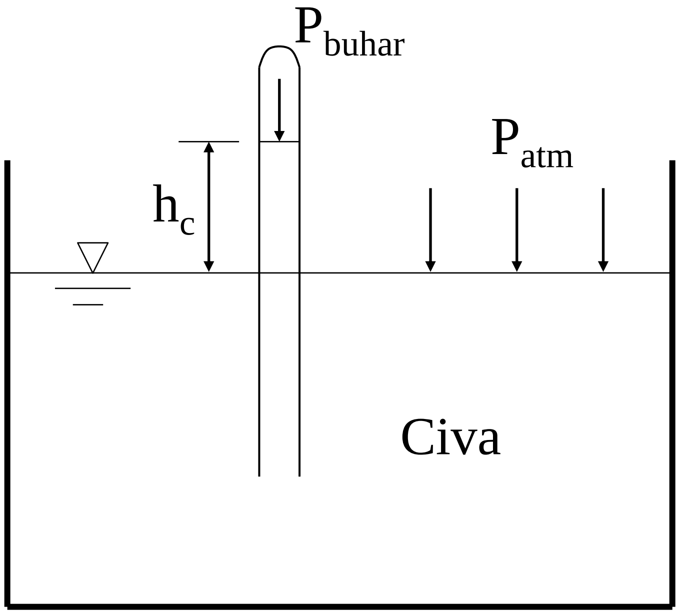
$$p_{mut} = p_{atm} + \gamma h$$ Mutlak basınç

$$p = \gamma h$$ Rölatif basınç



$$p_{atm} = 760\,mm\,Hg = 10.34\,m\,H_2\,O = 101300\,Pa = 1.013\,bar$$

Atmosfer Basıncının Ölçülmesi



$$P_{atm} = \gamma_c \, h_c$$

Özgül kütle: $\rho = 1.2256$ Kg/m^3

Özgül ağırlık: $\gamma = 12.023$ N/m^3

Dinamik viskozite: $\mu = 0.0000178067$ Ns/m^2

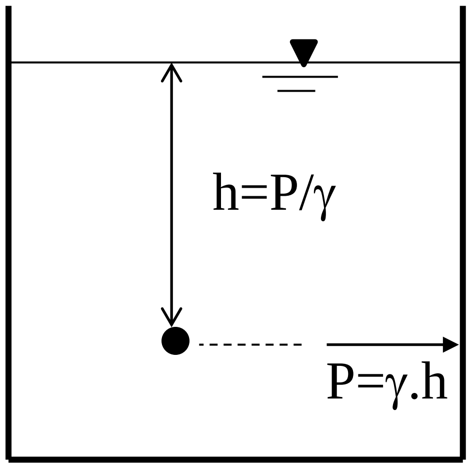
Basınç yüksekliği $h_{civa} = 760$ mm-Hg = 0.76 m-Hg = 0.76 x 13.6 = 10.33 m-H_2O

Basınç $P_0 = 10.33 \times 9810 = 101337$ Pa = 101.3 kPa = 1.013 10^5 Pa = 1.013 bar (1 bar= 10^5 N/m^2)

Atmosfer basıncı yaklaşık 10 m su sütununa (mss) eşdeğerdir ve bu basınç değeri 1 Teknik Atmosfer olarak adlandırılır.

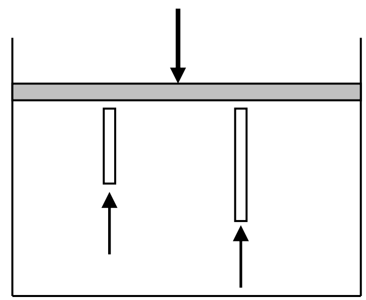
1 Teknik Atmosfer $\cong$ 1 bar.

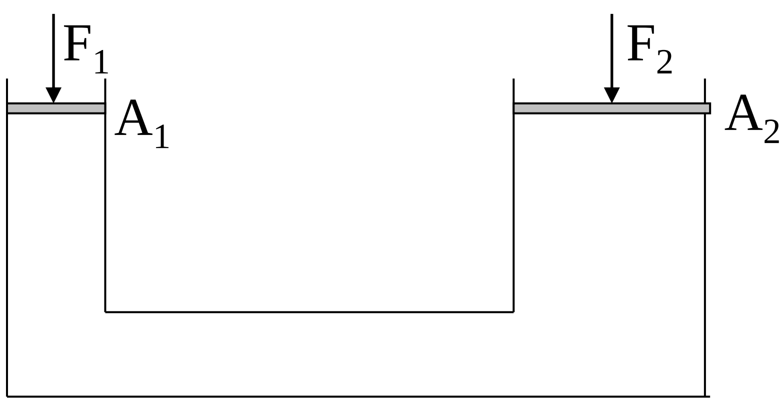
Basınç Yüksekliği:



$$p = \gamma h \;\Rightarrow\; \frac{p}{\gamma} = h\,(mss) \qquad \text{(m sıvı sütunu)}$$

Statik Durumdaki Kapalı Bir Akışkana Uygulanan Yüzeysel Kuvvetin Etkisi:





$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}$$

,

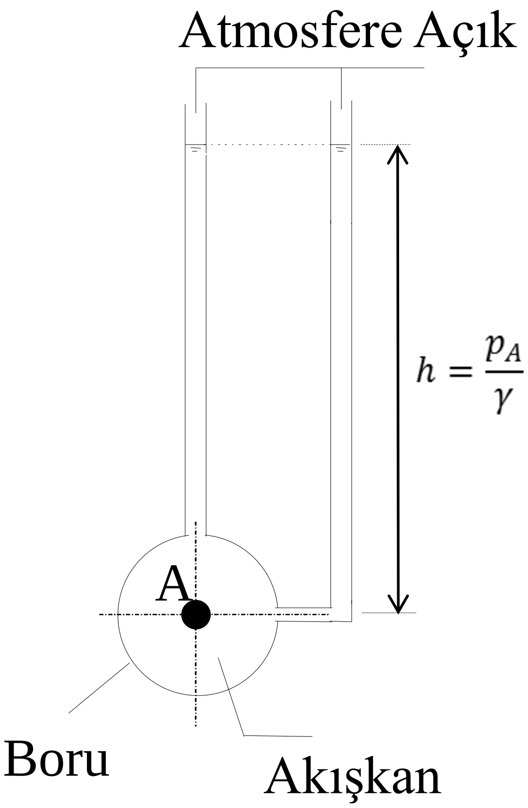
RÖLATİF BASINCIN ÖLÇÜLMESİ

Bourdan Manometresi

Piyezometre

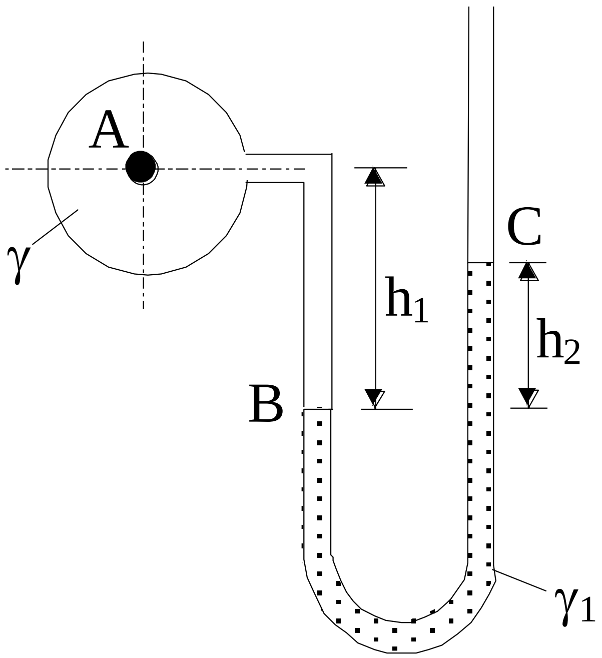
$$P_A = \gamma h$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = h_s \quad \text{(mss)}$$



Manometre

$$P_C = P_{atm} = 0$$



Manometre denklemi

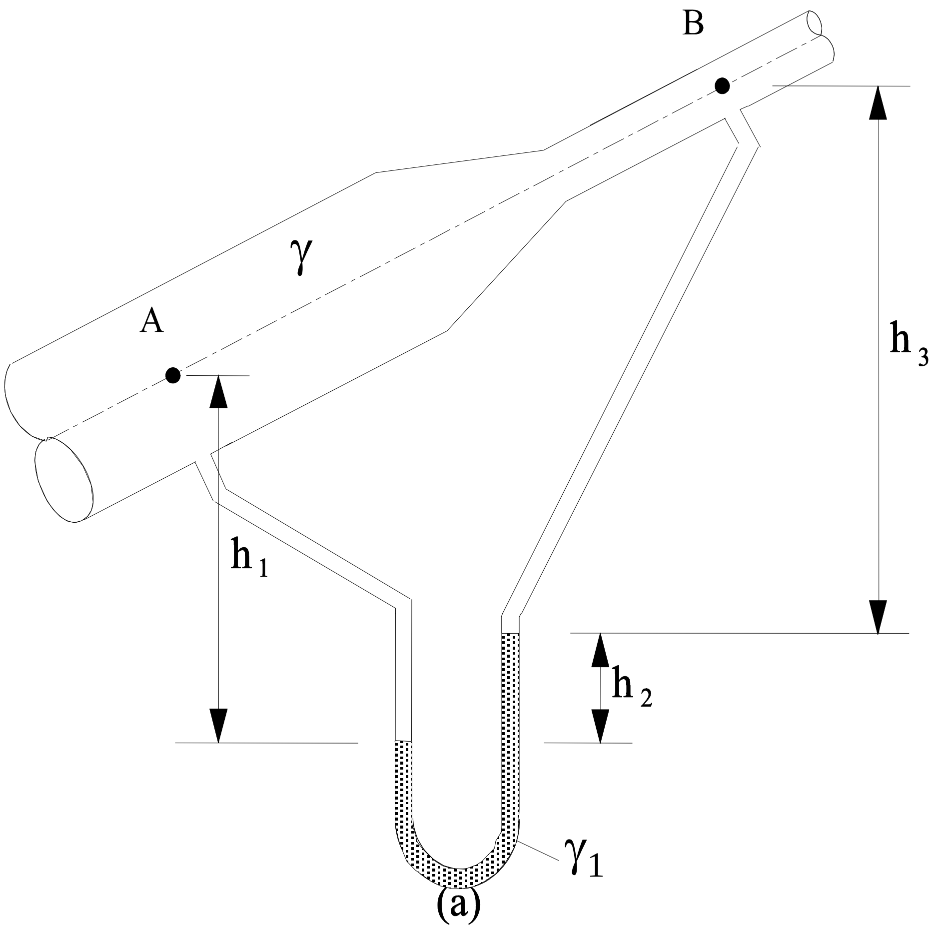
A dan başlayarak:

$$P_A + \gamma h_1 - \gamma_1 h_2 = 0 \Rightarrow P_A = \gamma_1 h_2 - \gamma h_1$$

C den başlayarak :

$$0 + \gamma_1 h_2 - \gamma h_1 = p_A$$

Diferansiyel Manometre



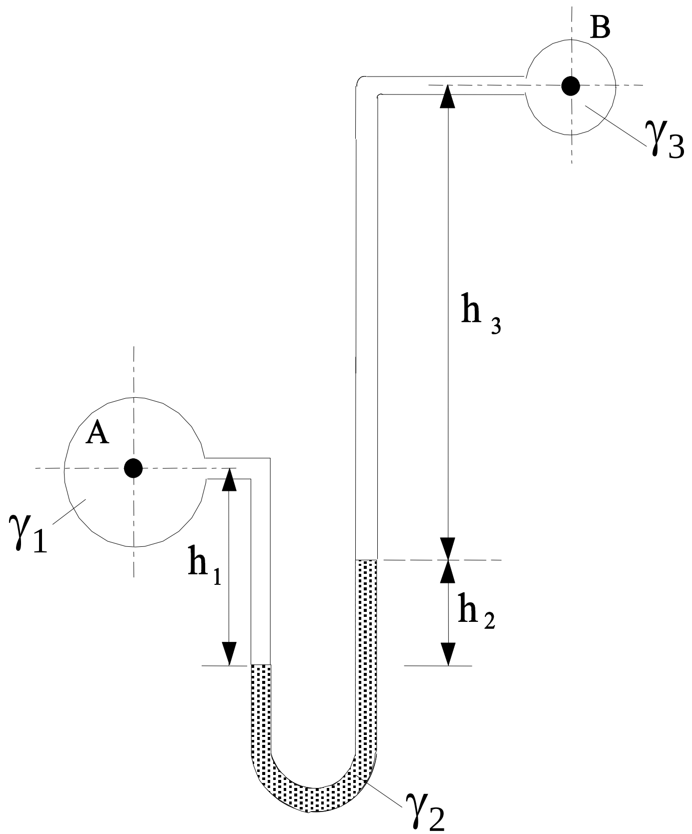
A dan başlayarak :

$$P_A + \gamma h_1 - \gamma_1 h_2 - \gamma h_3 = P_B$$

B den başlayarak :

$$P_B + \gamma h_3 + \gamma_1 h_2 - \gamma h_1 = P_A$$

Diferansiyel Manometre



(b)

A dan başlayarak :

$$P_A + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 - \gamma_3 h_3 = P_B$$

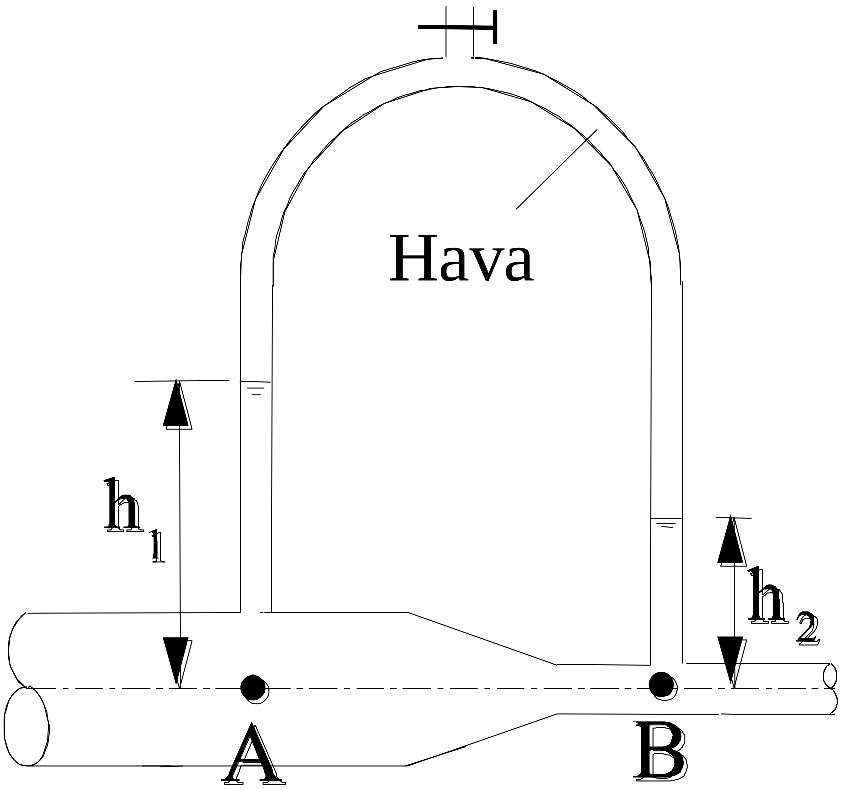
B den başlayarak :

$$P_B + \gamma_3 h_3 + \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1 = P_A$$

Ters Diferansiyel Manometre

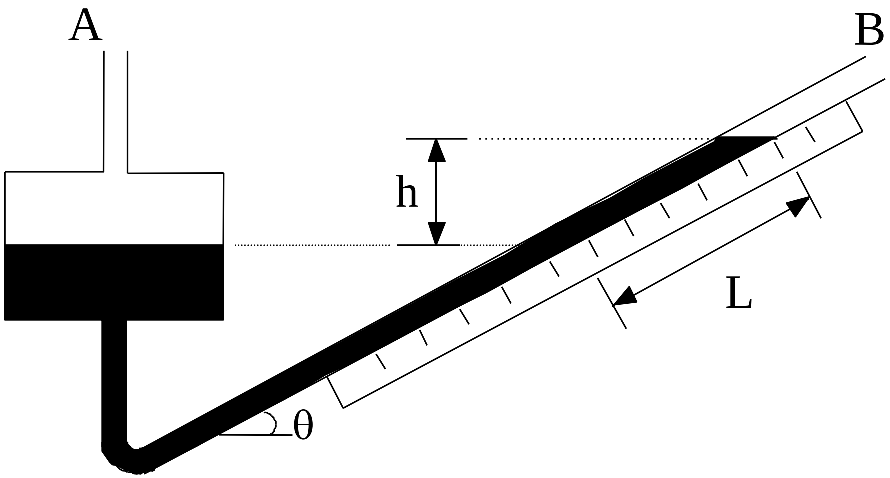
$$P_A - \gamma h_1 + \gamma h_2 = P_B$$

$$P_B - \gamma h_2 + \gamma h_1 = P_A$$

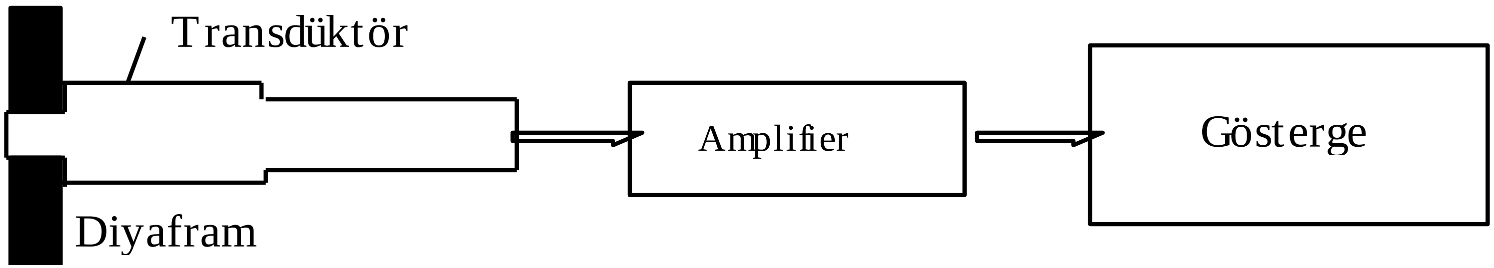


Micromanometre

$$\frac{P_A}{\gamma} = h = L \sin\theta$$



Elektronik Basınç Ölçerler



BATMIŞ YÜZEYLERE GELEN HİDROSTATİK KUVVETLER

DÜZLEM YÜZEYLER

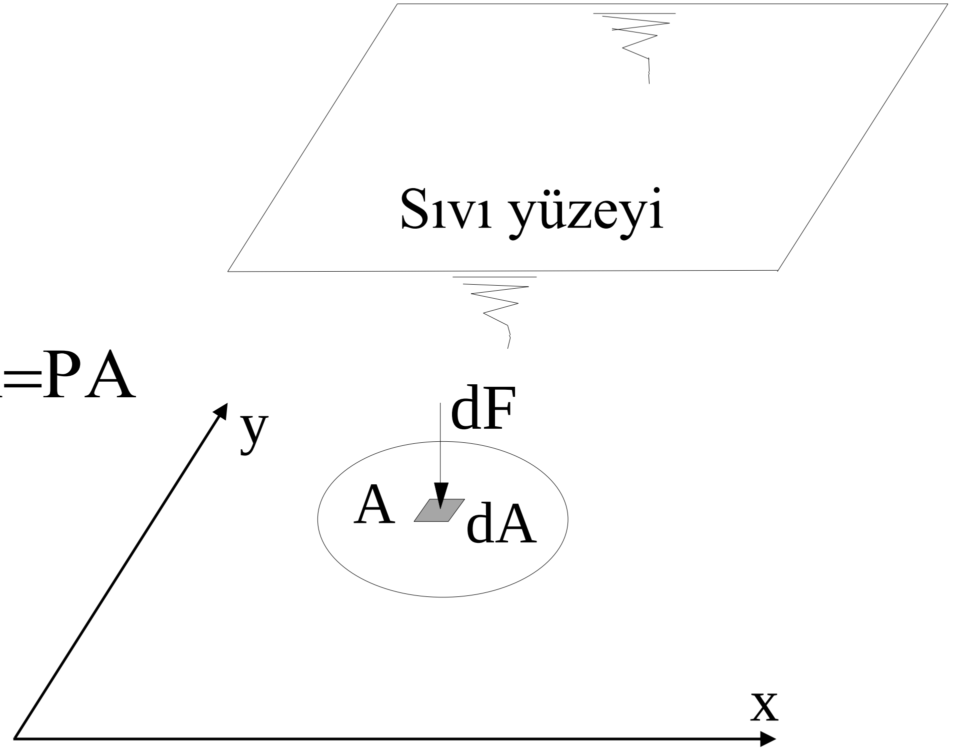
Yatay Yüzeyler

Kuvvetin Büyüklüğü :

$$F = \int dF = \int p.dA = p\int dA = PA$$

$P = \gamma h$ olduğuna göre;

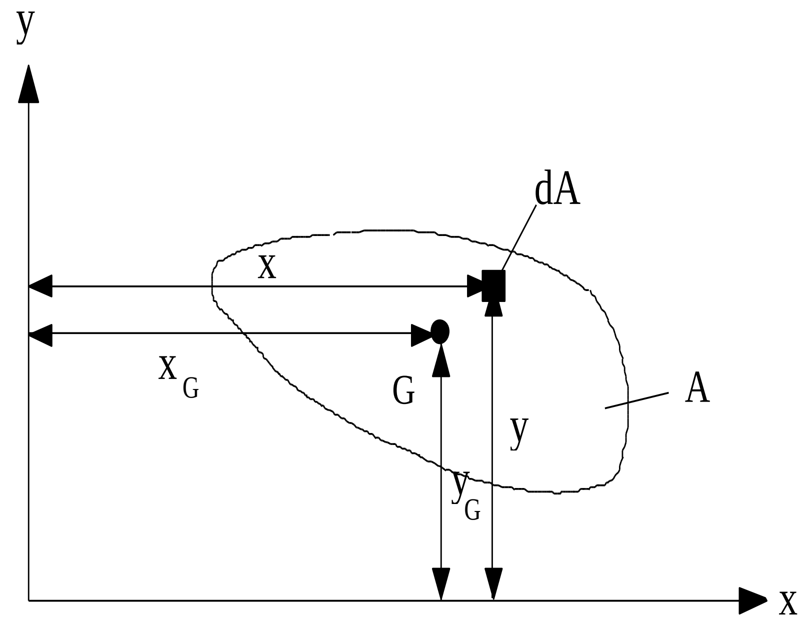
$$F = \gamma\, h\, A$$



Basınç Merkezi :

$$p\,A\,y_p = \int_A p\,y\,dA$$

$$pA\,x_p = \int_A p\,x\,dA$$



Basınç merkezinin koordinatları;

$$y_p = \frac{1}{A}\int_A y\,dA = y_G$$

$$x_p = \frac{1}{A}\int_A x\,dA = x_G$$

Eğik Yüzeyler

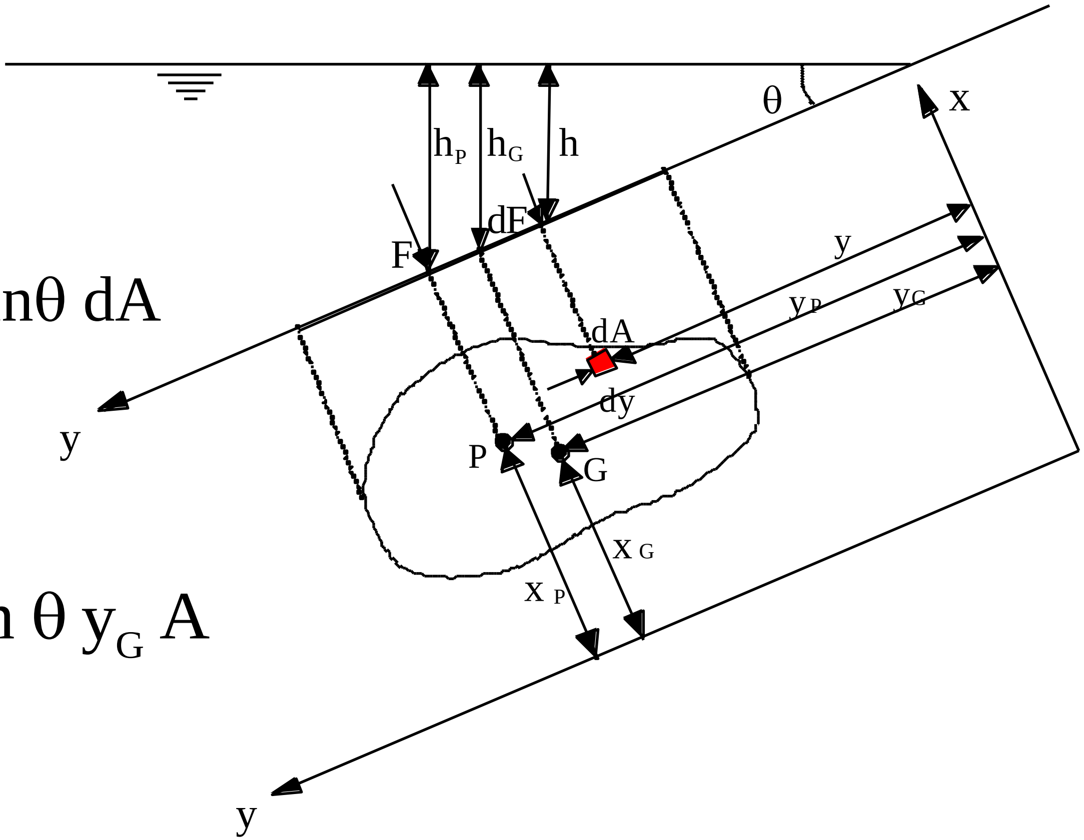
Kuvvetin Büyüklüğü:

$$dF = p\,dA = \gamma\,h\,dA = \gamma\,y\,\sin\theta\,dA$$

$$y_G\,\sin\theta = h_G$$

$$F = \gamma \sin\theta \int_A y\,dA = \gamma \sin\theta\, y_G\, A$$

$$F = \gamma\, h_G\, A = p_G\, A$$



Basınç Merkezi

$$F\, y_P = \int_A y\, p\, dA$$

$$y_P = \frac{1}{F}\int_A y\, p\, dA$$

Son denklemde $F=\gamma y_G A\sin\theta$ ve $p=\gamma y\sin\theta$ kullanılırsa

$$y_P = \frac{1}{\gamma\, y_G\, A \sin\theta}\int_A y\,\gamma\, y \sin\theta\, dA$$

$$y_P = \frac{1}{y_G\, A}\int_A y^2\, dA$$

burada $\int y^2 dA = I_x$ atalet momentidir

$$y_p = \frac{I_x}{y_G . A}$$

$$I_x = I_{xG} + A . y_G^2$$

$$y_p = \frac{I_{xG}}{y_G . A} + y_G$$

$$y_G = h_G / \sin\theta \quad \text{ve} \quad y_p = h_p / \sin\theta$$

$$h_p = \frac{I_{xG}}{h_G A} \sin^2\theta + h_G$$

X_p'nin tayini; y eksenine göre moment alınırsa

$$F.x_p = \int_A x.p.dA$$

$$x_p = \frac{1}{F}\int_A x.p.dA$$

$$F = \gamma.y_G.A.\sin\theta \quad \text{ve} \quad p = \gamma.y.\sin\theta$$

$$x_p = \frac{1}{\gamma.y_G.A.\sin\theta}\int_A x\gamma y\sin\theta dA$$

$$x_p = \frac{1}{.y_G .A.} \int_A xyA$$

$$\int xydA = I_{xG}$$

$$x_p = \frac{I_{xy}}{y_G A}$$

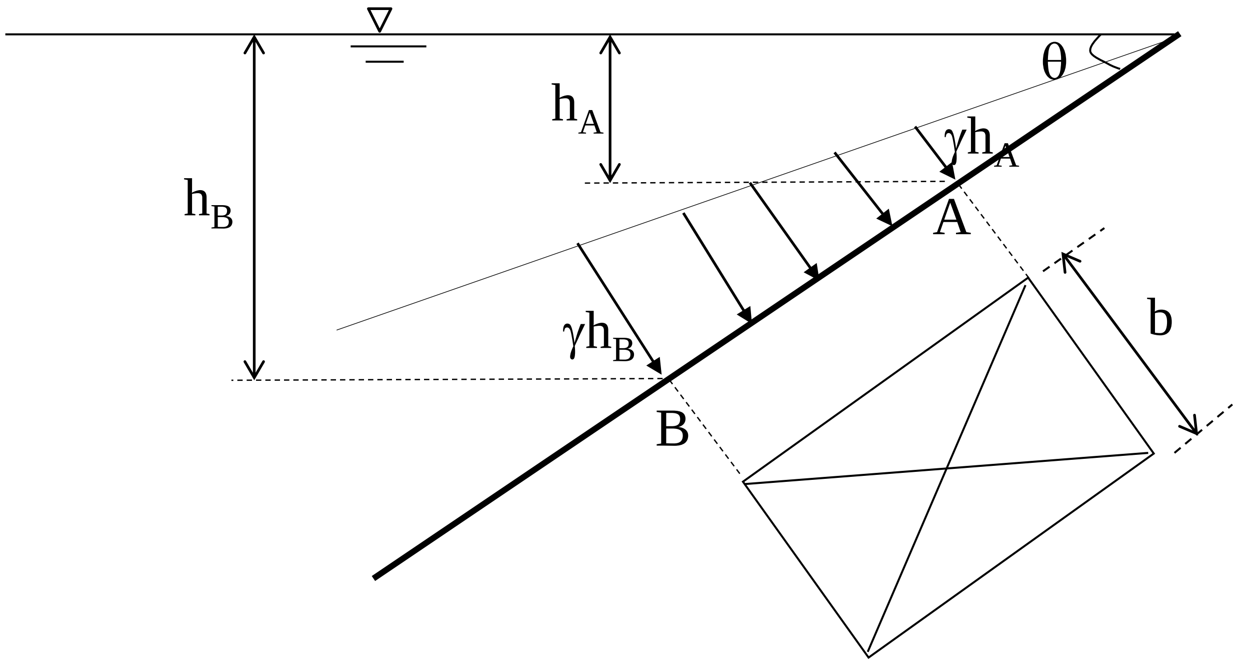
Transfer teoreminin kullanılmasıyla;

$$I_{xy} = I_{xyG} + A.x_G .y_G$$

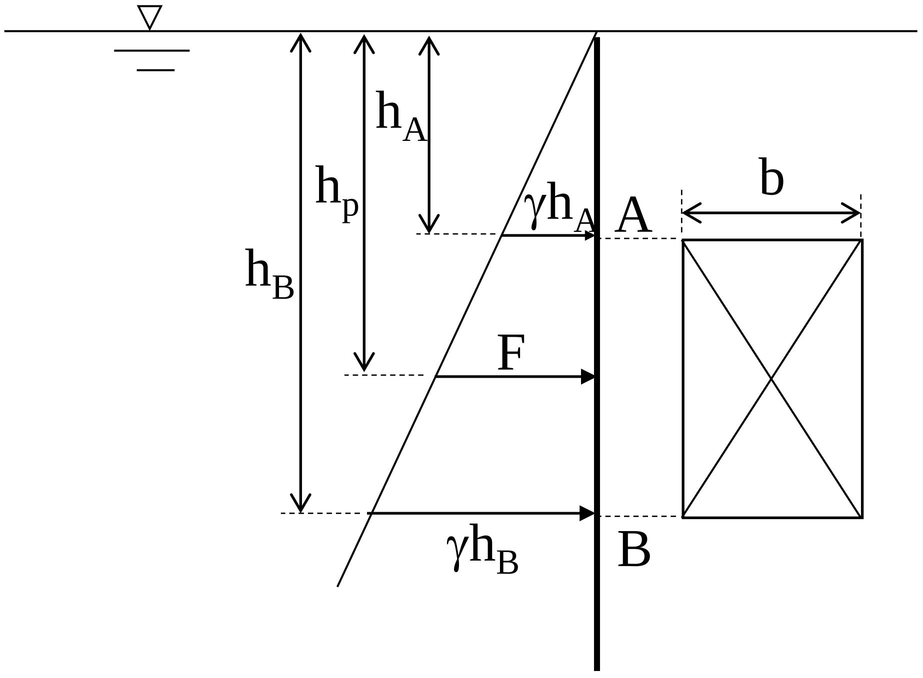
$$x_p = \frac{I_{xyG}}{y_G .A} + x_G$$

Eğer G'den geçen y'ye paralel eksene göre simetrik ise $I_{xyG}=0$ olur. Bu durumda $x_p = y_p$ olur.

Basınç Prizması Yöntemi



(a) Eğik Yüzey



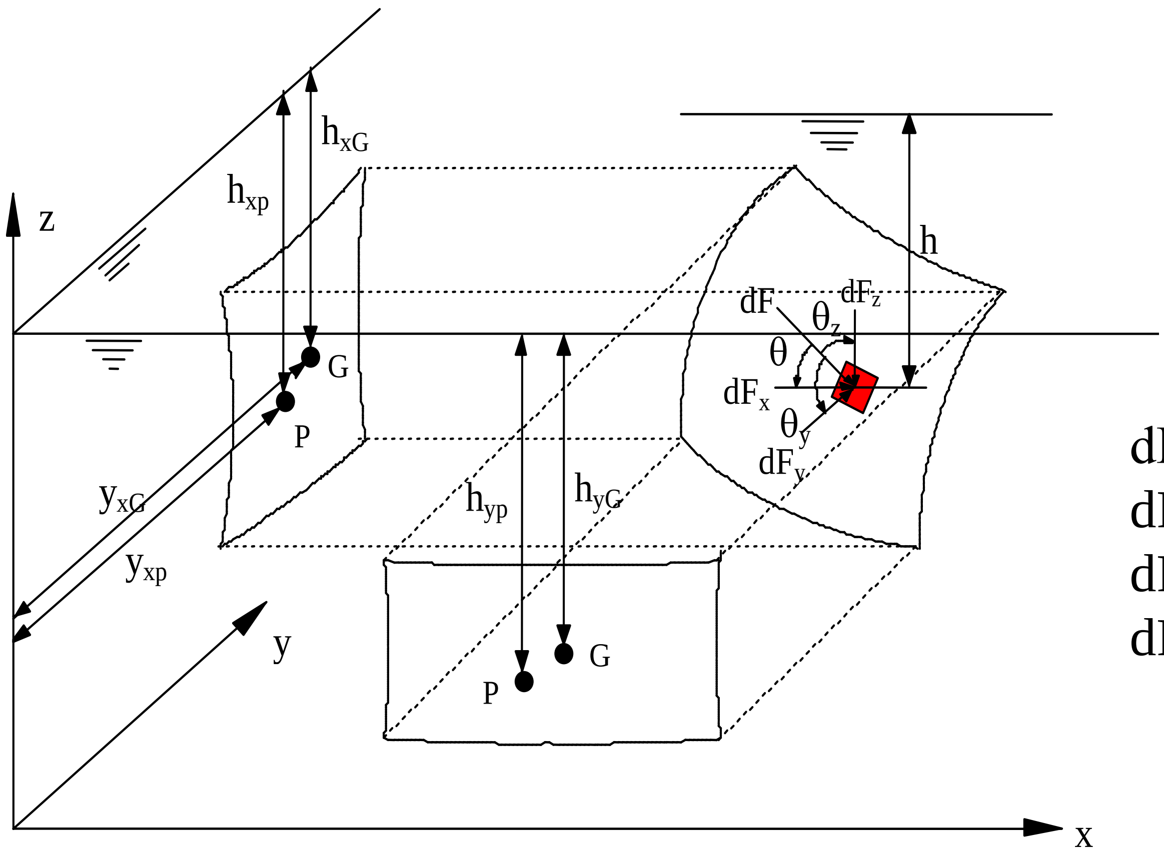
(b) Düşey Yüzey

$$F = \left[\frac{\gamma h_A + \gamma h_B}{2} AB \right] b$$

Eğri Yüzeyler

$$\vec{dF} = \vec{i}\, dF_x + \vec{j}\, dF_y + \vec{k}\, dF_z \qquad \vec{F} = \vec{i}\, F_x + \vec{j}\, F_y + \vec{k}\, F_z$$

$$dF = p\, dA = \gamma\, h\, dA$$



dF kuvvetinin bileşenleri:

$dF_x = dF\cos\theta_x = \gamma\, h\, dA \cos\theta_x$

$dF_y = dF\cos\theta_y = \gamma\, h\, dA \cos\theta_y$

$dF_z = dF\cos\theta_z = \gamma\, h\, dA \cos\theta_z$

$dA \cos\theta_x = dA_x$

$dA\cos\theta_y = dA_y$

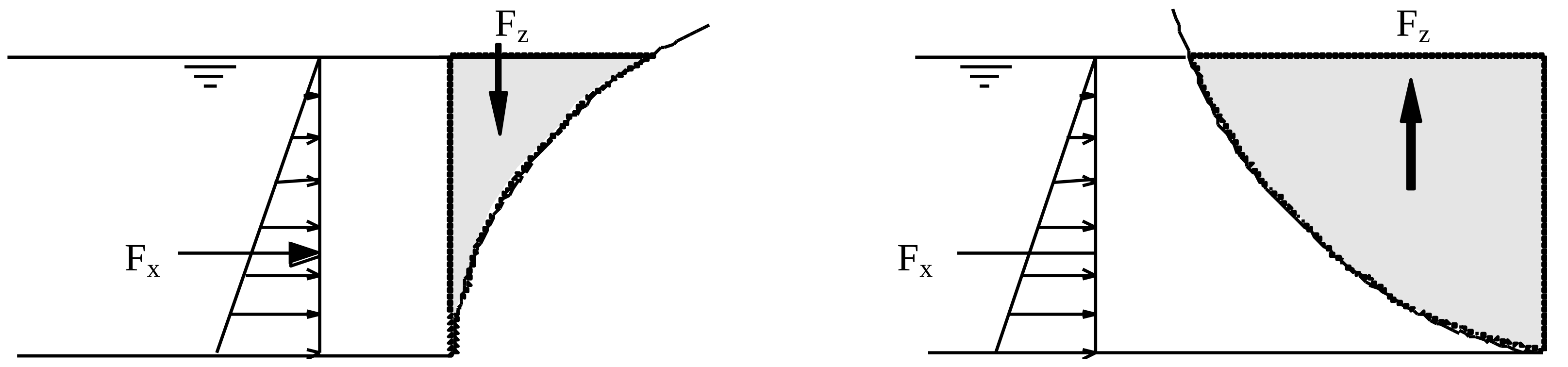
$dA\cos\theta_z = dA_z$

$$dF_x = \gamma\, h\, dA_x \quad \Rightarrow \quad F_x = \gamma \int h\, dA_x = \gamma\, h_{xG}\, A_x = p_{xG}\, A_x \qquad (2.17)$$

$$dF_y = \gamma\, h\, dA_y \quad \Rightarrow \quad F_y = \gamma \int h\, dA_y = \gamma\, h_{yG}\, A_y = p_{yG}\, A_y \qquad (2.18)$$

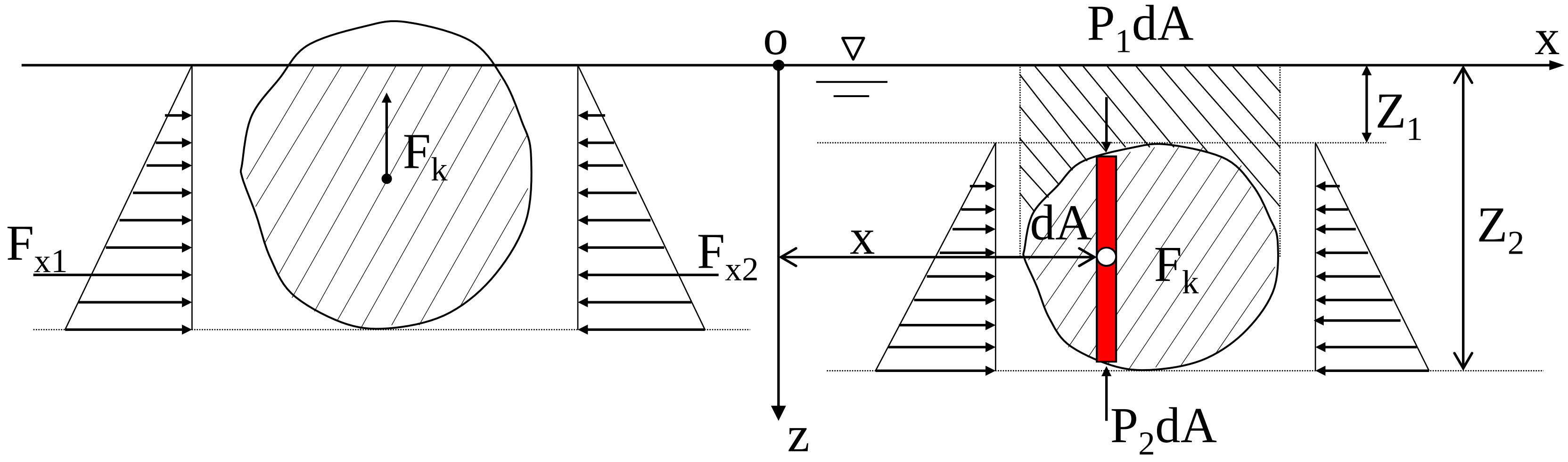
$$dF_z = \gamma\, h\, dA_z \quad \Rightarrow \quad F_x = \gamma \int h\, dA_z = \gamma\, \forall \qquad (2.19)$$

$$h_{xP} = \frac{I_{yG}}{h_{xG} . A_X} + h_{xG} \qquad\qquad y_{xp} = \frac{I_{yzG}}{h_{xG} . A_X} + y_{xG}$$



$$F_Z = \gamma \int z dA_Z = \gamma . V$$

KALDIRMA KUVVETİ



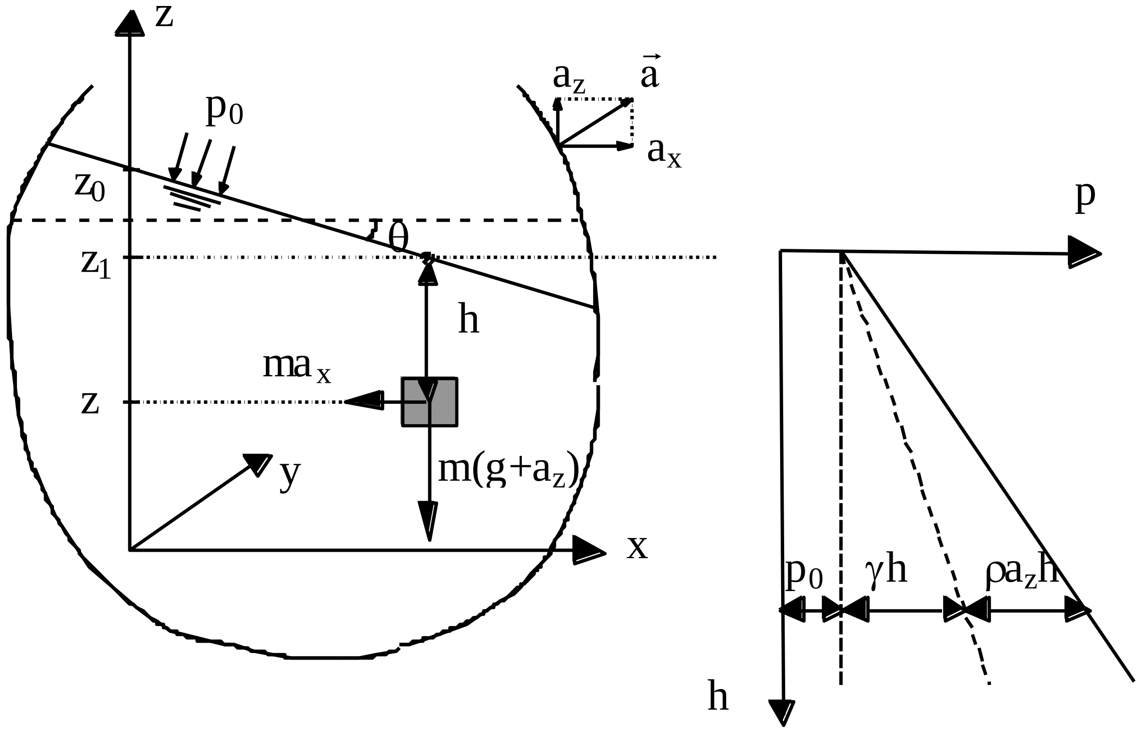
$$dF_k = (p_2 - p_1)\,dA_z = \gamma\,(h_2 - h_1)\,dA_z = \gamma\,d\forall$$

$$F_k = \gamma \int d\forall = \gamma V$$

$$x_G = \frac{1}{\forall}\int x\,d\forall$$

SIVILARIN RÖLATİF DENGESİ

KÜTLESEL KUVVET OLARAK YERÇEKİMİ VE DOĞRUSAL İVMELENME



$X = -ax$

$Y = 0$

$Z = -g - a_z$

Sıvı içerisinde bir noktadaki basınç değişmesi:

$$dp = \rho(Xdx + Y\,dy + Z\,dz) = \rho\left[-a_x\,dx - (g + a_z)\,dz\right]$$

İntegre edilirse:

$$p = -\rho a_x x - \rho(g + a_z)z + C$$

Sınır şartı kullanılarak: $z=z_1$ için $p=p_0$

$$C = p_0 + \rho a_x x + \rho(g + a_z)z_1$$

$$p = p_0 + \rho(g + a_z)(z_1 - z)$$

$$p = p_0 + \rho(g + a_z)h = p_0 + \gamma h + \rho a_z h$$

Sabit Basınç Yüzeyi:

$$-\rho a_x \, dx - \rho (g + a_z) \, dz = 0$$

$$dz = -\frac{a_x}{g + a_z} dx$$

Sabit basınç yüzeyinin denklemi

$$z = -\frac{a_x}{g + a_z} x + C$$

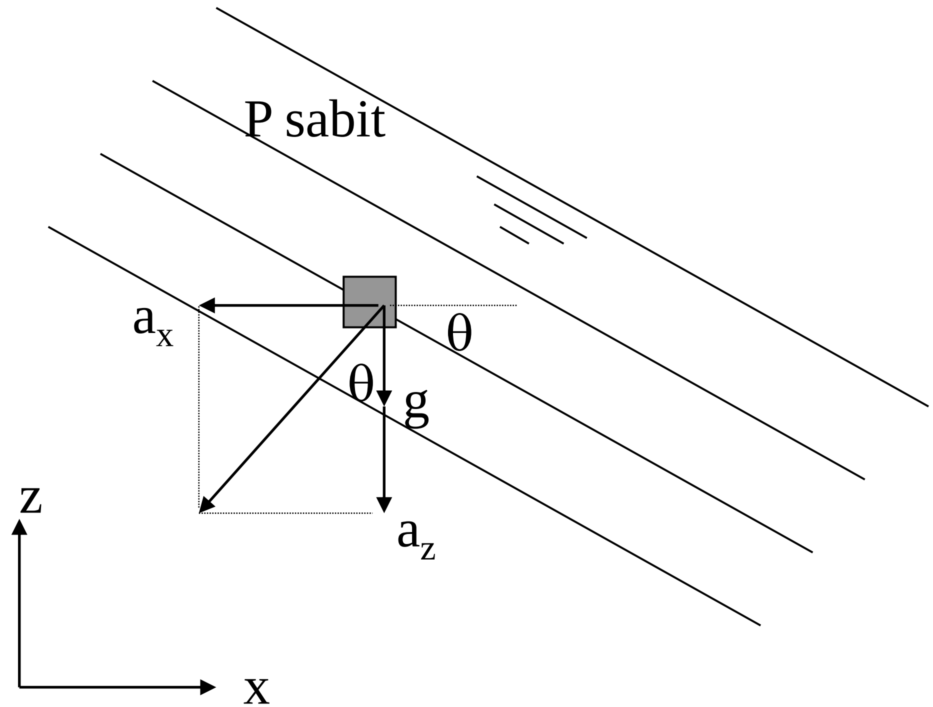
Yüzeyde x=0 ve $z=z_0$, integrasyon sabiti $C=z_0$, böylece

$$z = z_0 - \frac{a_x}{g + a_z} x$$

$$\tan\theta = \frac{dz}{dx} = -\frac{a_x}{g + a_z}$$

$$dz = -\frac{a_x}{g + a_z}\,dx$$

$$z = -\frac{a_x}{g + a_z}\,x + C$$



Basınç Kuvvetinin Büyüklüğü

$$F = \int p\, dA \;=\; \int \rho\,(g + a_z)\, h\, dA$$

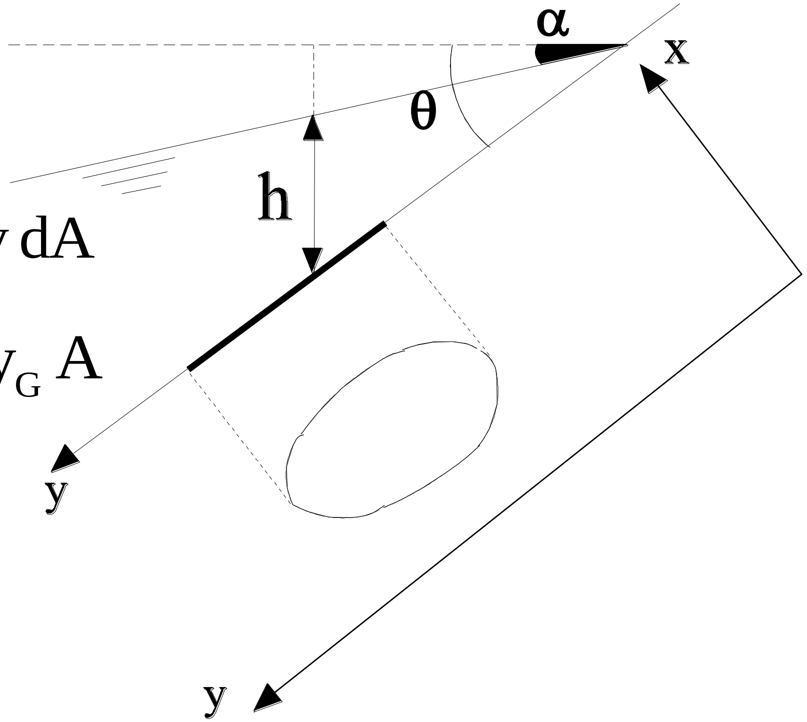
Şekil den $h = y(\sin\theta - \cos\theta \tan\alpha)$

$$F = \rho\,(g + a_z)\,(\sin\theta - \cos\theta\tan\alpha)\int y\, dA$$

$$F = \rho\,(g + a_z)\,(\sin\theta - \cos\theta\tan\alpha)\, y_G\, A$$

Buradan basınç kuvveti:

$$F = \rho\,(g + a_z) h_G\, A = p_G\, A$$



Basınç Merkezinin Yeri

$$y_P = \frac{1}{F}\int y\, p\, dA = \frac{(\sin\theta - \cos\theta\tan\alpha)}{h_G\, A}\int y^2\, dA$$

$$p=\rho(g+a_z)y(\sin\theta-\cos\theta\ \tan\alpha)$$

$$F=\rho(g+a_z)h_G A$$

$$y_P = \frac{(\sin\theta - \cos\theta\tan\alpha)\, I_x}{h_G\, A} = \frac{I_x}{y_G\, A} = \frac{I_{xG} + A\, y_G^2}{y_G\, A}$$

$$y_P = \frac{I_{xG}}{y_G\, A} + y_G$$

$$h_P = \frac{I_{xG}}{h_G\, A}(\sin\theta - \cos\theta\tan\alpha)^2 + h_G$$

Kütlesel Kuvvet Olarak Yerçekimi ve Merkezcil İvme

Merkezcil ivme:

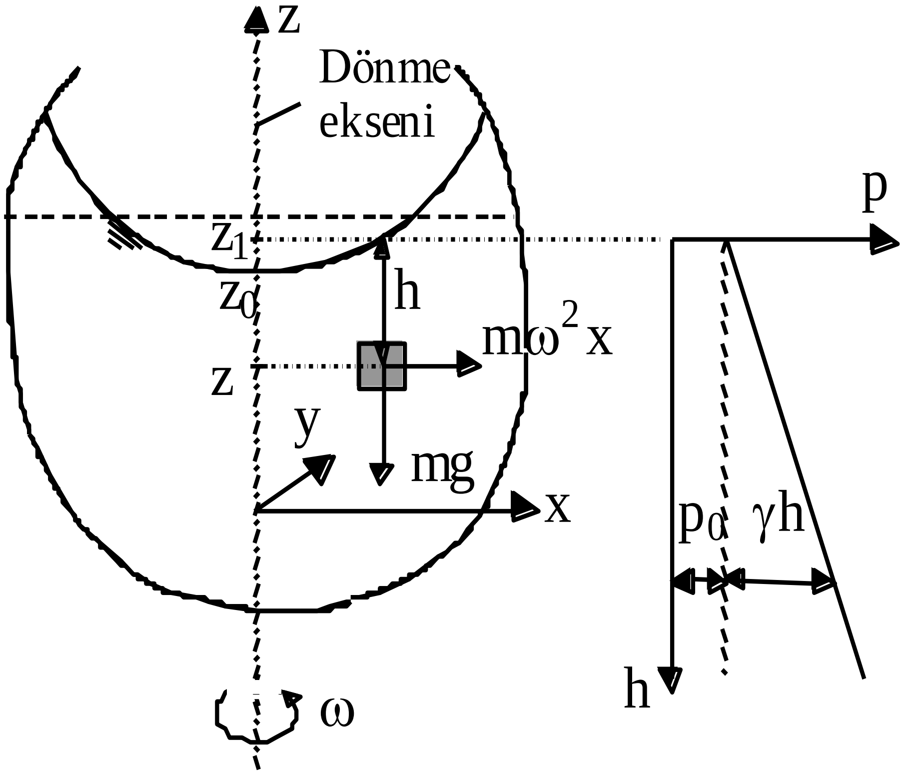
$a_x = -\omega^2 x$ olsun

Kütlesel kuvvetler;

$X = \omega^2 x$

$Y = 0$

$Z = -g$



$$dp = \rho(X\,dx + Y\,dy + Z\,dz) = \rho(\omega^2\,x\,dx - g\,dz)$$

$$p = \rho\left(\frac{\omega^2\,x^2}{2} - gz\right) + C$$

z=z1 için p=p0

$$C = p_0 - \rho(\omega^2\,x^2/2 - gz_1)$$

$$p = p_0 + \rho\,g\,(z_1 - z), \qquad z_1 - z = h$$

$$p = p_0 + \gamma h$$

Sabit Basınç Yüzeyi:

p=0 için dp=0 dır

$$\rho(\omega^2 \, x \, dx - g \, dz) = 0$$

$$dz = \frac{\omega^2}{g} x \, dx$$

$$z = \frac{\omega^2}{2g} x^2 + C$$

$x=0$, $z=z_0$ ve $C=z_0$

$$z = z_0 + \frac{\omega^2}{2g} x^2$$

$$\tan\theta = \frac{dz}{dx} = \frac{\omega^2\ x}{g}$$

$$dz = \frac{\omega^2}{g}\, x\, dx$$

$$z = \frac{\omega^2}{2g} x^2 + C$$