

## Bölüm 5

# İdeal Akıőkanlarda Momentumun Korunumu

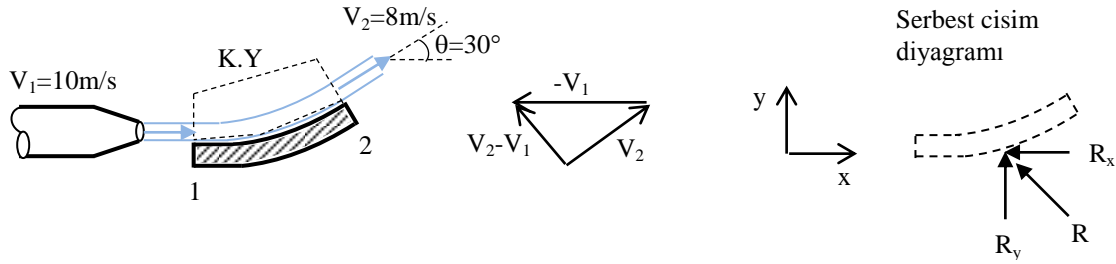
# AKIŞKANLAR MEKANİĞİ

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

## Problem 5.1 (Kırkgöz ve ark., 1994)

Hızı  $V_1=10$  m/s ve çapı 50 mm olan su jeti şekildeki gibi duran bir cisme çarparak saptırılmaktadır. Enerji kayıplarını göz önüne almak üzere suyun cismi terk ederken hızı  $V_2=8$  m/s kabul edilmektedir. Suyun ağırlığını ihmal ederek (a)  $\theta=30^\circ$ , (b)  $\theta=90^\circ$ , ve (c)  $\theta=180^\circ$  lik açısal sapma durumlarında su jetinin cisme uyguladığı dinamik kuvvetleri bulunuz.

(a)  $\theta=30^\circ$



$$Q = 10 * \pi * 0.05^2 / 4 = 0.0196 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$\sum F_x = \rho Q (u_2 - u_1), \quad -R_x = 1000 * 0.0196 * (8 * \cos 30 - 10) \quad \Rightarrow \quad R_x = 60.21 \text{ N}$$

$$\sum F_y = \rho Q (v_2 - v_1), \quad R_y = 1000 * 0.0196 * (8 * \sin 30 - 0) \quad \Rightarrow \quad R_y = 78.40 \text{ N}$$

Bileşke Kuvvet:

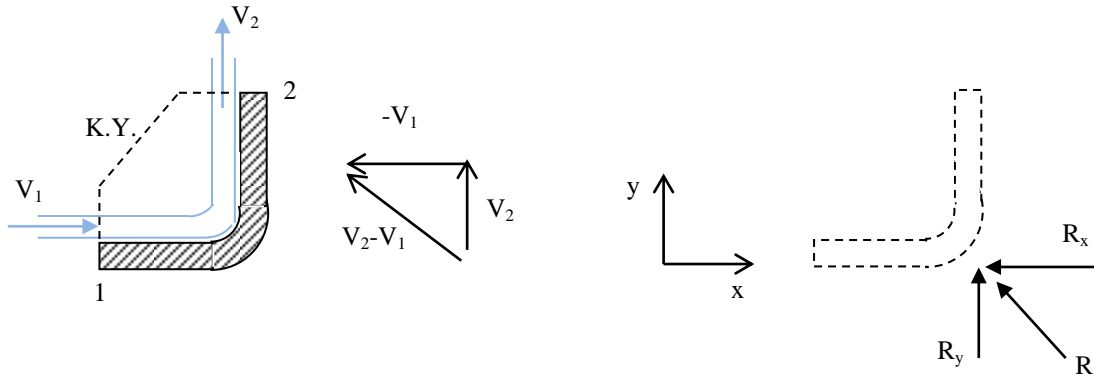
$$R = \sqrt{60.21^2 + 78.40^2} = 98.85 \text{ N}$$

Su tarafından cisme uygulanan eşit ve zıt yönlü kuvvet:  $R=98.85$  N

## AKIŞKANLAR MEKANİĞİ

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

(b)  $\theta=90^\circ$



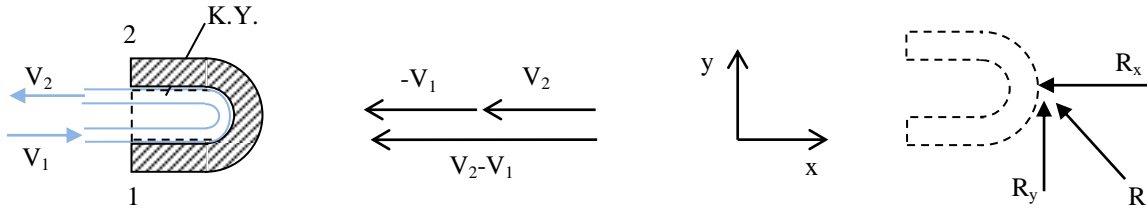
$$\sum F_x = \rho Q (u_2 - u_1), \quad -R_x = 1000 * 0.0196 * (0 - 10) \quad \Rightarrow \quad R_x = 196 \text{ N}$$

$$\sum F_y = \rho Q (v_2 - v_1), \quad R_y = 1000 * 0.0196 * (8 - 0) \quad \Rightarrow \quad R_y = 156.8 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{196^2 + 156.8^2} = 251 \text{ N}$$

Cisme gelen kuvvet:  $R = -251 \text{ N}$

(c)  $\theta=180^\circ$



$$\sum F_x = \rho Q (u_2 - u_1), \quad -R_x = 1000 * 0.0196 * (-8 - 10) \quad \Rightarrow \quad R_x = 352.8 \text{ N}$$

$$\sum F_y = \rho Q (v_2 - v_1), \quad R_y = 1000 * 0.0196 * (0 - 0) \quad \Rightarrow \quad R_y = 0$$

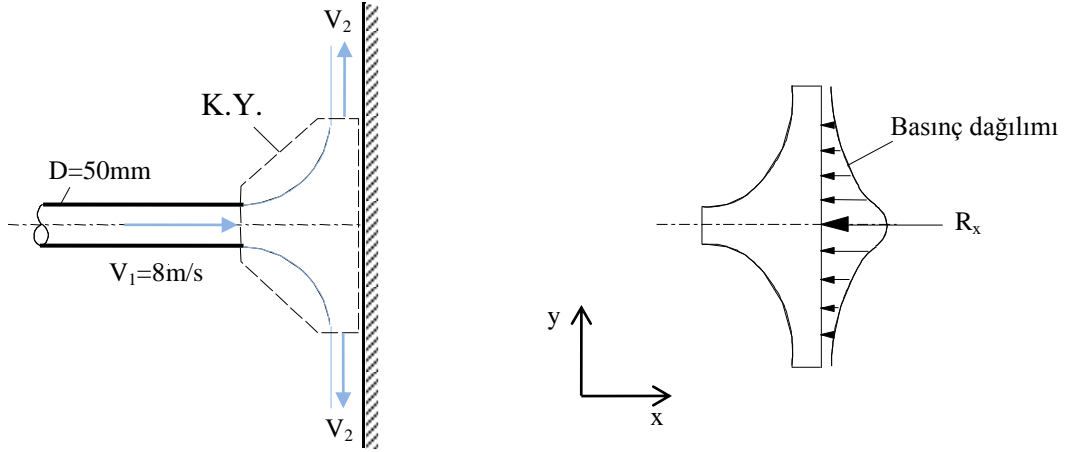
Cisme gelen kuvvet :  $R = -352.8 \text{ N}$

# AKIŞKANLAR MEKANİĞİ

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

## Problem 5.2 (Kırkgöz ve ark., 1994)

Şekilde görüldüğü gibi bir su jeti bir düzlem yüzeye dik olarak çarpmaktadır. Yüzeğe gelen dinamik kuvveti bulunuz.



$$A_1 = \pi * 0.05^2 / 4 = 0.00196\text{m}^2, \quad Q = 8 * 0.00196 = 0.0157\text{m}^3/\text{s}$$

$$\sum F_x = \rho Q (u_2 - u_1) \Rightarrow -R_x = \rho V_1 A_1 (0 - V_1) \Rightarrow R_x = \rho A_1 V_1^2$$

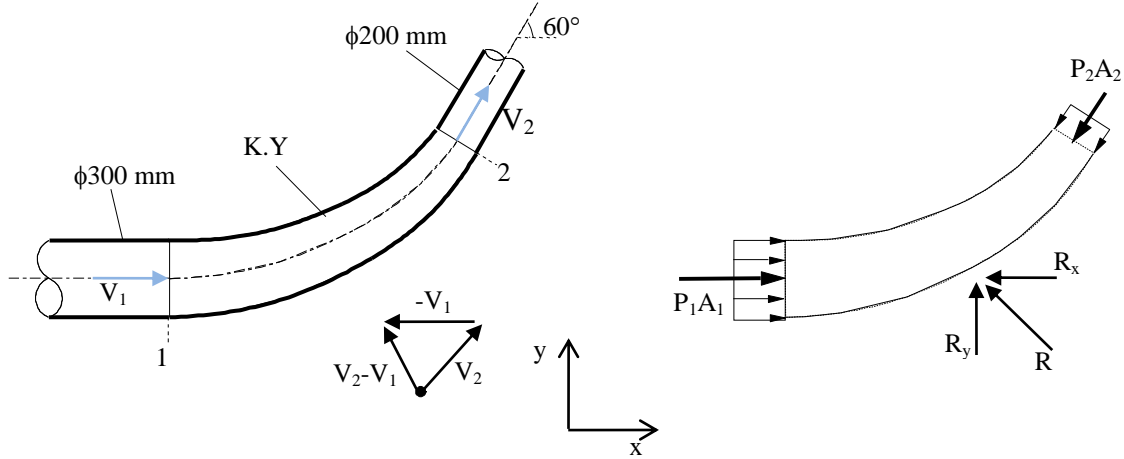
$$R_x = 1000 * 0.0196 * 8^2 = 125.4\text{N}, \quad \text{Yüzeğe gelen kuvvet: } R_x = -125.4\text{N}$$

# AKIŞKANLAR MEKANİĞİ

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

## Problem 5.3 (Kırkgöz ve ark., 1994)

Şekilde görülen 60° lik yatay boru dirseğinin girişinde akım hızı  $V_1=1.5$  m/s ve basınç  $p_1=40$  kPa olduğuna göre akımın dirseğe uyguladığı dinamik kuvveti bulunuz.



$$A_1 = \pi * 0.15^2 = 0.0707 \text{ m}^2, \quad A_2 = \pi * 0.1^2 = 0.0314 \text{ m}^2$$

$$Q = V_1 A_1 = 1.5 * 0.0707 = 0.106 \text{ m}^3 / \text{s}, \quad V_2 = Q / A_2 = 3.375 \text{ m} / \text{s}$$

1 ve 2 noktaları arasında Bernoulli denklemi:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2, \quad z_1 = z_2$$

$$\frac{1.5^2}{19.62} + \frac{40000}{9810} = \frac{3.375^2}{19.62} + \frac{p_2}{9810} \Rightarrow p_2 = 35430 \text{ Pa}$$

$$\sum F_x = \rho Q (u_2 - u_1) \quad p_1 A_1 - p_2 A_2 \cos 60 - R_x = \rho Q (V_2 \cos 60 - V_1)$$

$$40000 * 0.0707 - 35430 * 0.0314 * \cos 60 - R_x = 1000 * 0.106 * (3.375 * \cos 60 - 1.5)$$

$$R_x = 2252 \text{ N}$$

$$\sum F_y = \rho Q (v_2 - v_1) \quad R_y - p_2 A_2 \sin 60 = \rho Q (V_2 \sin 60 - 0)$$

$$R_y - 35430 * 0.0314 * \sin 60 = 1000 * 0.106 * (3.375 * \sin 60 - 0) \quad R_y = 1273 \text{ N}$$

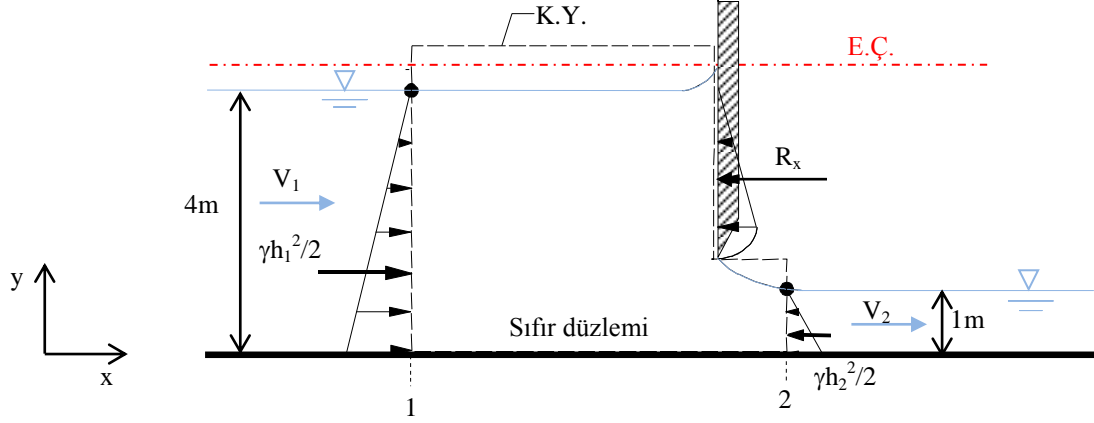
$$R = \sqrt{2252^2 + 1273^2} = 2587 \text{ N}$$

# AKIŞKANLAR MEKANIĞI

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

## Problem 5.4 (Kırkgöz ve ark., 1994)

Şekilde görüldüğü gibi bir açık kanaldaki kapak altından su akıtılmaktadır. Verilen şartlar altında kapağın birim genişliğine gelen kuvveti bulunuz.



1 ve 2 noktaları arasında Bernoulli denklemi:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2, \quad p_1 = p_2 = 0, \quad z_1 = h_1 = 4 \text{ m}, \quad z_2 = h_2 = 1 \text{ m}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + 4 = \frac{V_2^2}{2g} + 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{V_1^2}{2g} + 3 = \frac{V_2^2}{2g}$$

1 ve 2 kesitleri arasında süreklilik denklemi:

$$V_1 h_1 = V_2 h_2 \quad \Rightarrow \quad 4 V_1 = V_2$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + 3 = \frac{16 V_1^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad V_1 = 1.98 \text{ m/s}, \quad V_2 = 7.92 \text{ m/s}, \quad q = 1.98 * 4 = 7.92 \text{ m}^3 / \text{s m}$$

$$\sum F_x = \rho Q (u_2 - u_1) \quad \Rightarrow \quad \frac{\gamma h_1^2}{2} - \frac{\gamma h_2^2}{2} - R_x = \rho q (V_2 - V_1)$$

$$\frac{9810}{2} * (4^2 - 1^2) - R_x = 1000 * 7.92 * (7.92 - 1.98) \quad \Rightarrow \quad R_x = 26530 \text{ N}$$

Kapağa gelen kuvvet:  $R_x = -26530 \text{ N}$

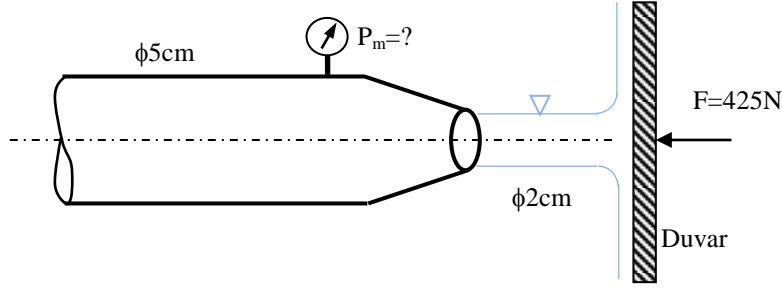
# AKIŞKANLAR MEKANİĞİ

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

## Problem 5.5 (Kırkgöz ve ark., 1994)

Şekilde görülen Jetten  $s=0.79$  olan alkol düşey duvara  $F=425$  N'luk kuvvet ile çarpıyor. Enerji kayıplarını ihmal ederek:

- Akımın kütle debisini,
- Manometredeki mutlak basıncı bulunuz.



$$F = m \cdot V_2 = \rho A_2 V_2^2 = 0.79 \cdot (1000) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (0.02)^2 \cdot V_2^2 = 425 \text{ N}$$

$$V_2 = 41.4 \text{ m/s}$$

$$m = 0.79 \cdot 1000 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (0.02)^2 \cdot 41.4 = 10.3 \text{ kg/s}$$

$$A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2 \Rightarrow V_1 = V_2 \cdot \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 = (41.4) \cdot \left( \frac{2}{5} \right)^2 = 6.63 \text{ m/s}$$

Bernoulli :  $z_1 = z_2$  ,

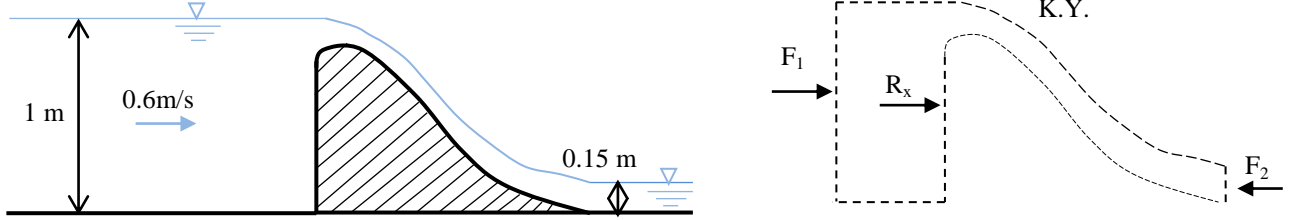
$$P_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho (V_2^2 - V_1^2)$$

$$101.300 + \frac{0.79 \cdot (1000)}{2} (41.4^2 - 6.63^2)$$

$$P_1 = 760951 \text{ Pa} = 761 \text{ kPa}$$

**Problem 5.6**

5 m genişlikteki dikdörtgen kanalda yapılan bir savak üzerindeki akışkanı ideal kabul ederek savağa akımın yaptığı itkinin yatay bileşenini hesaplayınız.



$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \Rightarrow 0.6 * (5 * 1) = V_2 * (5 * 0.15) \Rightarrow V_2 = \frac{3}{0.75} = 4 \text{ m/s}$$

$$\sum F_x = \rho Q (V_2 - V_1)$$

$$\frac{1}{2} \gamma (h_1^2 - h_2^2) b + R_x = \rho V_1 A_1 (V_2 - V_1)$$

$$R_x = 1000 * 0.6 * (1 * 5) (4 - 0.6) - \frac{1}{2} * 9810 * (1^2 - 0.15^2) * 5$$

$$R_x = 10200 - 23973.2$$

$$R_x = 13773.2 \text{ N} = 13.77 \text{ kN}$$

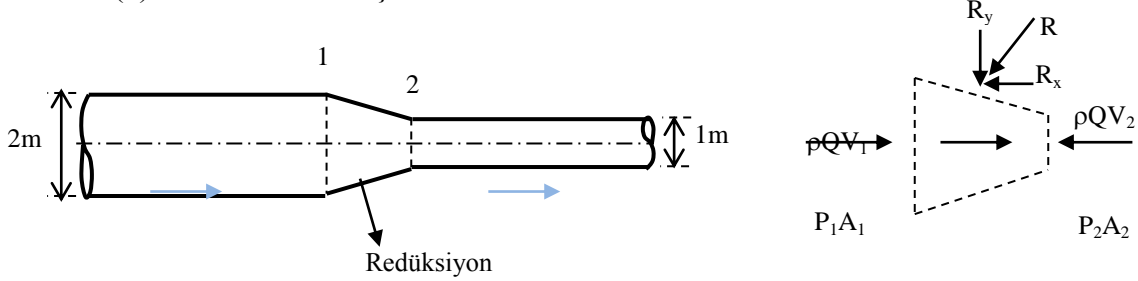


# AKIŞKANLAR MEKANİĞİ

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

## Problem 5.7

Aşağıda şekilde görülen redüksiyona etki eden kuvveti bulunuz. Borudan geçen suyun debisi  $6.4 \text{ m}^3/\text{s}$  ve (1) kesitindeki basınç  $24 \text{ N/cm}^2$ 'dir.



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -R_x + \rho Q V_1 + P_1 A_1 - \rho Q V_2 - P_2 A_2 = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_y = 0$$

Bilinmeyenler:  $V_1, V_2, P_2, R_x$

Süreklilik denklemi:

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{6.4}{(\pi * 2^2 / 4)} = 2.04 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{6.4}{(\pi * 1^2 / 4)} = 8.16 \text{ m/s}$$

Bernoulli denkleminden:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2$$

$$\frac{P_2}{\gamma} = \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma}$$

$$\frac{P_2}{\gamma} = \frac{2.04^2}{19.62} - \frac{8.16^2}{19.62} + \frac{24000}{10000} \quad \frac{P_2}{\gamma} = 21 \text{ mss}$$

x doğrultusundaki momentum denkleminde bu bilgiler yerine yazılırsa:

$$-R_x + 1000 * 6.4 * 2.04 + 240000 * \frac{\pi * 2^2}{4} - 1000 * 6.4 * 8.16 - 210000 * \frac{\pi * 1^2}{4} = 0$$

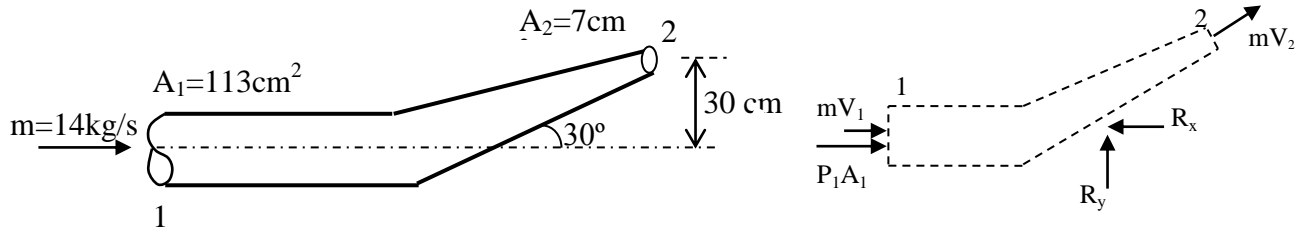
$$R_x = 560000 \text{ N} = 560 \text{ kN}$$

# AKIŞKANLAR MEKANIĞI

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

## Problem 5.8 (Çengel ve Cimbala, 2008)

Yatay bir borudan akmakta olan 14kg/s debisindeki suyu yatayla 30° lik açı yapacak şekilde saptırarak hızlandırmak için daralan bir dirsek kullanılmaktadır. Su dirsekten atmosfere atılmaktadır. Dirseğin giriş ve çıkış kesitlerinin alanları sırasıyla 113 cm<sup>2</sup> ve 7 cm<sup>2</sup> dir. Giriş ve çıkış kesitleri arasındaki seviye farkı 30 cm ve dirseğin içerisindeki suyun ağırlığını ihmal ederek; a) Dirseğin giriş kesitinin merkezindeki basıncı, b) Dirseği yerinde tutabilmek için gerekli kuvveti hesaplayınız.



$$m_1 = m_2 = 14 \text{ kg/s}$$

$$V_1 = \frac{m}{\rho A_1} = \frac{14}{1000 * 0.0113} = 1.24 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{m}{\rho A_2} = \frac{14}{1000 * 0.0007} = 20.0 \text{ m/s}$$

1-2 arası Bernoulli denklemi

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2 \Rightarrow \frac{P_1}{\gamma} = \frac{(V_2^2 - V_1^2)}{2g} + (z_2 - z_1)$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{20.0^2 - 1.24^2}{19.62} + 0.3 = 20.61 \text{ m} \Rightarrow P_1 = 202184.1 \text{ Pa} = 202.2 \text{ kPa}$$

$$\sum \vec{F} = \sum_{\text{çıkan}} m \vec{V} - \sum_{\text{giren}} m \vec{V}$$

$$-R_x + P_1 A_1 = m(V_2 \cos 30 - V_1)$$

$$-R_x = m(V_2 \cos 30 - V_1) - P_1 A_1 = 14.0 * [20 * \cos(30) - 1.24] - 202184 * 0.0113 = 225.13 - 2284.68$$

$$R_x = 2059.55 \text{ N}$$

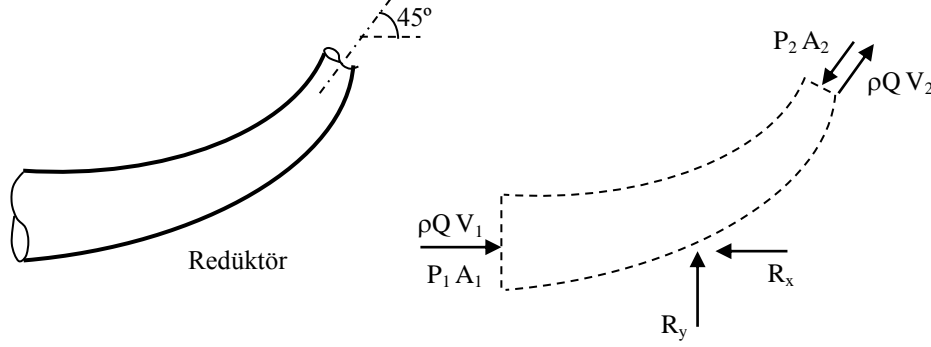
$$R_y = m V_2 \sin 30 = 14 * 20 * \sin(30) = 140.0 \text{ N}$$

## AKIŞKANLAR MEKANİĞİ

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

### Problem 5.9

Akışın geldiği tarafı 0.6m çapında gittiği tarafı 0.3m çapında olan 45°'lik redüktör (indirici) dirsek içinden  $1.45 \cdot 10^5$  Pa basınç altında  $0.45 \text{ m}^3/\text{s}$ 'lik su akışı vardır. Dirsekteki kaybı ihmal ederek suyun indiriciye etkilediği kuvveti hesaplayınız.



$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0.45}{(\pi \cdot 0.6^2 / 4)} = 1.6 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0.45}{(\pi \cdot 0.3^2 / 4)} = 6.4 \text{ m/s}$$

1-2 arasında Bernoulli denklemi:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2 \quad \frac{1.6^2}{19.62} + \frac{1.45 \cdot 10^5}{9810} + 0 = \frac{6.4^2}{19.62} + \frac{P_2}{\gamma} + 0$$

$$\frac{P_2}{\gamma} = 12.8 \text{ m} \Rightarrow P_2 = 126000 \text{ Pa}$$

x doğrultusunda momentum denklemi:  $\sum F_x = \rho Q(V_{2x} - V_{1x})$

$$-R_x + P_1 A_1 - P_2 A_2 \cos(45) = \rho Q V_2 \cos(45) - \rho Q V_1$$

$$-R_x + 1.45 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi \cdot 0.6^2}{4} - 1.45 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi \cdot 0.3^2}{4} \cdot 0.707 = 1000 \cdot 0.45 \cdot 6.4 \cdot 0.707 - 1000 \cdot 0.45 \cdot 1.6$$

$$R_x = 33400 \text{ N}$$

y doğrultusunda:  $\sum F_y = \rho Q(V_{2y} - V_{1y})$

$$R_y - P_2 A_2 \sin(45) = \rho Q V_2 \sin(45) = 0$$

$$R_y - 1.45 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi \cdot 0.3^2}{4} \cdot 0.707 = 1000 \cdot 0.45 \cdot 6.4 \cdot 0.707 \quad R_x = 33400 \text{ N}$$

$$R_y = 8320 \text{ N}$$

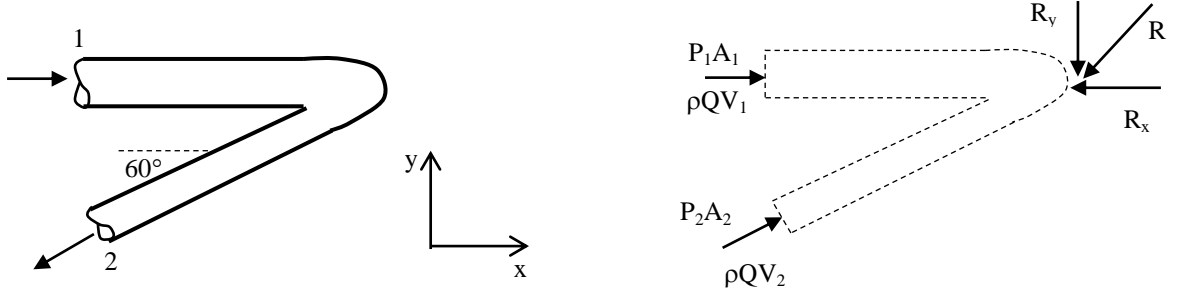
Suyun dirseğe etkilediği kuvvet:  $R = \sqrt{33400^2 + 8320^2} = 34421 \text{ N} = 34.4 \text{ kN}$

# AKIŞKANLAR MEKANİĞİ

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

## Problem 5.10 (İlgaz ve Ark., 2013)

Yatay düzlemde bulunan şekildeki dirsek (1) kesitinde çap 0.3m, hız 4m/s, basınç  $P=100\text{kPa}$  (2) kesitinde çap 0.2m'dir. Dirsekten geçen debiyi, (2) kesitindeki hız ve basıncı, Dirseğe gelen bileşke kuvveti ve yönünü bulunuz. ( $\gamma=10\text{ kN/m}^3$ )



$$Q = V \cdot A = 4 \cdot \frac{\pi \cdot 0.3^2}{4} = 0.283 \text{ m}^3/\text{s}$$

Süreklilik denkleminde:  $Q_1 = Q_2$   $V_2 = \frac{0.283}{\pi \cdot 0.2^2 / 4} = 9 \text{ m/s}$

1-2 arasında Bernoulli denklemi:  $\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2$

$$\frac{4^2}{19.62} + \frac{100000}{10000} = \frac{9^2}{19.62} + \frac{P_2}{\gamma} \Rightarrow P_2 = 66871 \text{ Pa} = 66.87 \text{ kPa}$$

c-) x doğrultusunda momentum denklemi:

$$\sum F_x = \rho Q (V_{2x} - V_{1x}) \quad -R_x + P_1 A_1 + P_2 A_2 \cos(60) = -\rho Q V_2 \cos(60) - \rho Q V_1$$

$$R_x = 100 \cdot 10^3 \cdot \frac{\pi \cdot 0.3^2}{4} + 66.87 \cdot 10^3 \cdot \frac{\pi \cdot 0.2^2}{4} \cdot 0.50 + 1000 \cdot 0.283 \cdot 9.0 \cdot 0.50 + 1000 \cdot 0.283 \cdot 4.0$$
$$R_x = 7068.58 + 1050.39 + 1273.5 + 1132 = 10525 \text{ N} = 10.53 \text{ kN}$$

y doğrultusunda:  $\sum F_y = \rho Q (V_{2y} - V_{1y})$   $-R_y + P_2 A_2 \sin(60) = -\rho Q V_2 \sin(60) = 0$

$$R_y = 66.87 \cdot 10^3 \cdot \frac{\pi \cdot 0.2^2}{4} \cdot 0.866 + 1000 \cdot 0.283 \cdot 9.0 \cdot 0.866 = 1819.3 + 2205.70$$

$$R_y = 4025 \text{ N} = 4.03 \text{ kN}$$

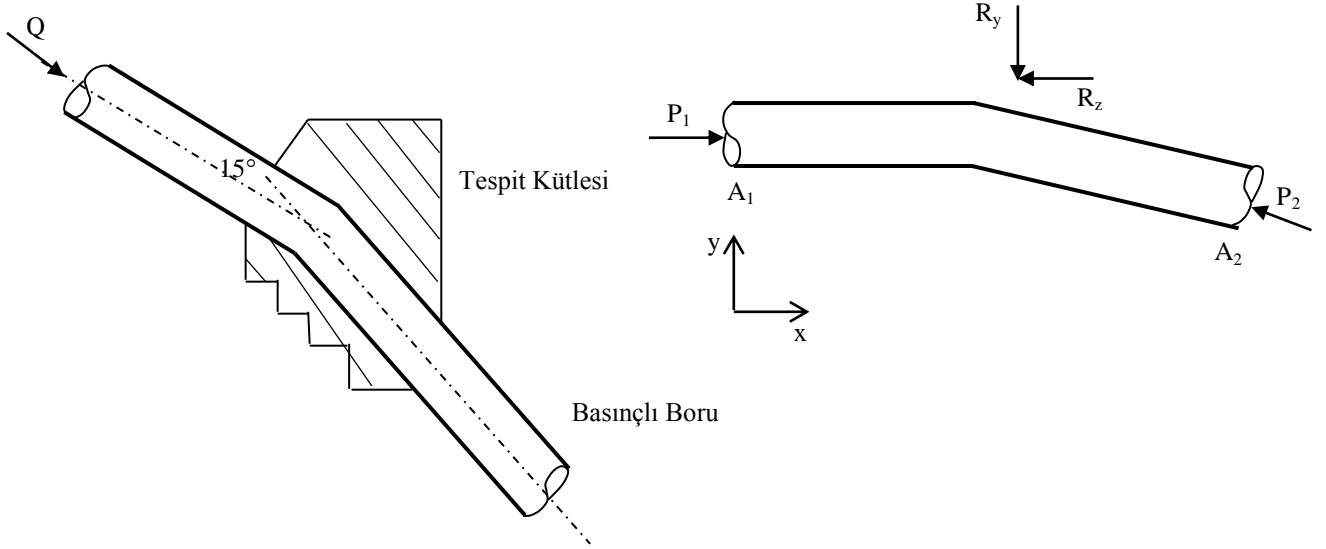
Bileşke kuvvet:  $R = \sqrt{10.53^2 + 4.03^2} = 11.28 \text{ kN}$

# AKIŞKANLAR MEKANİĞİ

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

## Problem 5.11 (İlgaz ve Ark., 2013)

Bir hidroelektrik santralde basınçlı borunun çapı  $D=2.5\text{m}$  ve debisi  $Q=16\text{m}^3/\text{s}$  dir. Basınçlı borunun kırık noktasında  $h=30.0\text{ m}$  su sütunu basınç varken bu kırık noktasındaki tespit noktasına gelen itki kuvvetini bulunuz.



$$P = \gamma h = 10000 * 30 = 300000 \text{ Pa} = 300 \text{ kPa}$$

$$A = \frac{\pi 2.5^2}{4} = 4.91 \text{ m}^2$$

$$Q = VA \Rightarrow V = \frac{Q}{A} = \frac{16}{4.91} = 3.26 \text{ m/s}$$

$$\sum F_x = 0 \quad -R_x + P_1 A_1 - P_2 A_2 \cos \alpha = \rho Q (V_2 \cos \alpha - V_1)$$

$$R_x = 300 * 10^3 * 4.91 - 300 * 10^3 * 4.91 * \cos(15) - 1000 * 16 * 3.26 * \cos(15) + 1000 * 16 * 3.26$$
$$R_x = 51970 \text{ N} = 51.97 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \quad -R_y + P_2 A_2 \sin \alpha = \rho Q (-V_2 \sin \alpha - 0)$$

$$R_y = 300 * 10^3 * 4.91 * \sin(15) + 1000 * 16 * 3.26 * \sin(15)$$

$$R_y = 394740 \text{ N} = 394.74 \text{ kN}$$

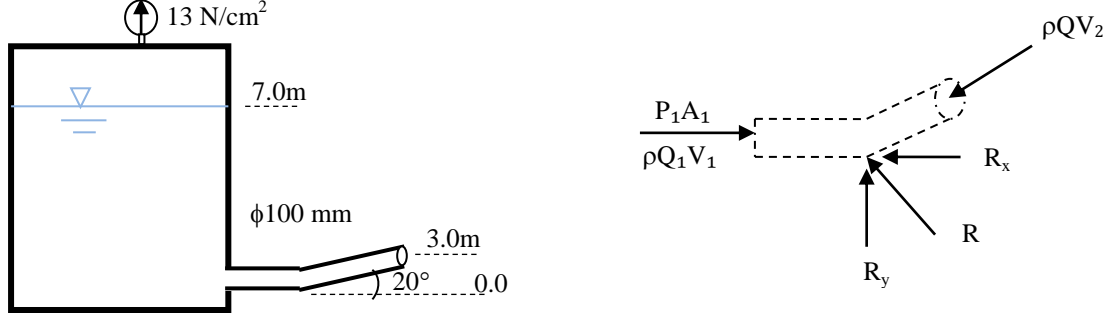
$$R = \sqrt{51.97^2 + 394.74^2} \Rightarrow R = 398.15 \text{ kN}$$

# AKIŞKANLAR MEKANİĞİ

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

## Problem 5.12 (Yüksel, 2008)

Şekilde görülen sistemde dirseğe gelecek kuvveti hesaplayınız.



Dirsek ile borunun çıkışı arasında Bernoulli denklemi:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2 \quad V_1=V_2, z_1=0, z_2=3, P_2/\gamma=0$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = 3 \text{ mss} \Rightarrow P_1 = 30000 \text{ N/m}^2$$

Hazne su seviyesi ile boru çıkışı arasında Bernoulli denklemi:

$$\text{Su seviyesi: } h = \frac{P}{\gamma} = \frac{13 * 10^4}{10000} = 13 \text{ mss} \quad \text{Hayali su seviyesi kotu} = 7 + 13 = 20 \text{ m}$$

$$\frac{V_0^2}{2g} + \frac{P_0}{\gamma} + z_0 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2 \Rightarrow 20 = \frac{V_2^2}{2g} + 3 \Rightarrow V_2 = 18.4 \text{ m/s}$$

$$\text{Süreklilik denklemi: } Q = VA = 18.4 * \frac{\pi * 0.1^2}{4} = 0.144 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{x doğrultusu için momentum denklemi: } \sum F_x = 0 \quad -R_x + P_1A_1 = \rho Q(V_2 \cos \alpha - V_1)$$

$$R_x = 30000 * \frac{\pi * 0.1^2}{4} - 1000 * 0.144 * 18.4 * \cos(20) + 1000 * 0.144 * 18.4 \quad R_x = 398.85 \text{ N}$$

$$\text{y doğrultusu için momentum denklemi: } \sum F_y = 0 \quad R_y = \rho Q(V_2 \sin \alpha - 0)$$

$$R_y = 1000 * 0.144 * 18.4 * \sin(20) \Rightarrow R_y = 906.22 \text{ N}$$

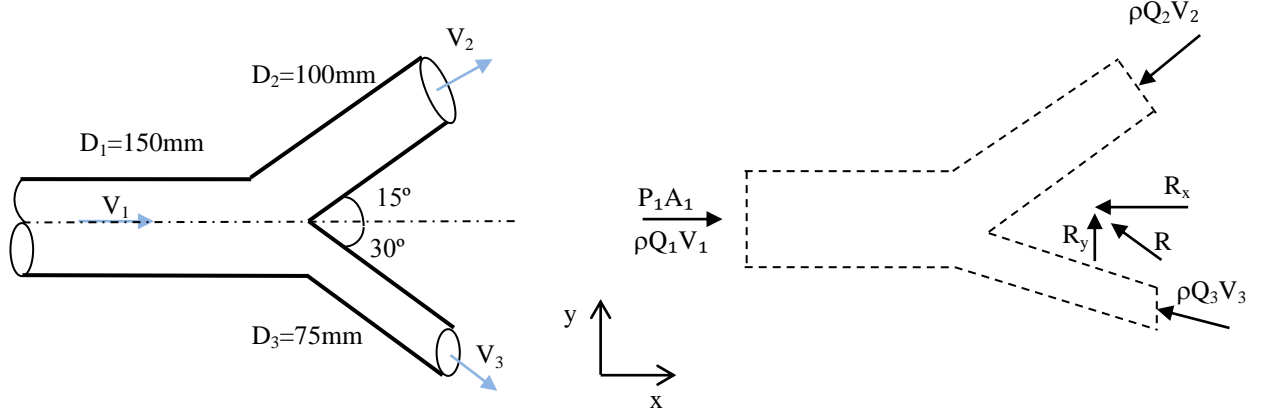
$$R = \sqrt{398.85^2 + 906.22^2} \Rightarrow R = 990.11 \text{ N}$$

## AKIŞKANLAR MEKANİĞİ

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

### Problem 5.13 (Yüksel, 2008)

Şekildeki boru sistemine etkiyen reaksiyon kuvvetini hesaplayınız. Her iki çıkışta hızlar 12 m/s olup atmosfere açılmaktadır ve boru sistemi yatay düzlemindedir.



Süreklilik denkleminden:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \Rightarrow V_1 * \frac{\pi * 0.15^2}{4} = 12 * \frac{\pi * 0.1^2}{4} + 12 * \frac{\pi * 0.075^2}{4} \Rightarrow V_1 = 8.33 \text{ m/s}$$

$$Q_1 = V_1 A_1 = 8.33 * \frac{\pi * 0.15^2}{4} = 0.147 \text{ m}^3 / \text{s} \quad Q_2 = V_2 A_2 = 12 * \frac{\pi * 0.10^2}{4} = 0.094 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$Q_3 = V_3 A_3 = 12 * \frac{\pi * 0.075^2}{4} = 0.053 \text{ m}^3 / \text{s}$$

1-2 arasında Bernoulli denklemi:  $\frac{8.33^2}{19.62} + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{12^2}{19.62} + 0$

$$\frac{P_1}{\gamma} = 3.80 \text{ m} \Rightarrow P_1 = 37.3 \text{ kPa} \quad F_1 = P_1 A_1 = 37306 * \frac{\pi * 0.15^2}{4} = 659.3 \text{ N} = 0.66 \text{ kN}$$

İmpuls momentum denkleminden:

$$\sum F_x = 0 \quad -R_x + P_1 A_1 + \rho Q_1 V_1 - \rho Q_2 V_2 \cos(15) - \rho Q_3 V_3 \cos(30) = 0$$

$$R_x = 659.3 + 1000 * 0.147 * 8.33 + 1000 * 0.094 * 12 * \cos(15) - 1000 * 0.053 * 12 * \cos(30) = 242 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \quad R_y - \rho Q V_2 \sin(15) + \rho Q V_3 \sin(30)$$

$$R_y = 1000 * 0.094 * 12 * \sin(15) - 1000 * 0.053 * 12 * \sin(30) = -27 \text{ N}$$

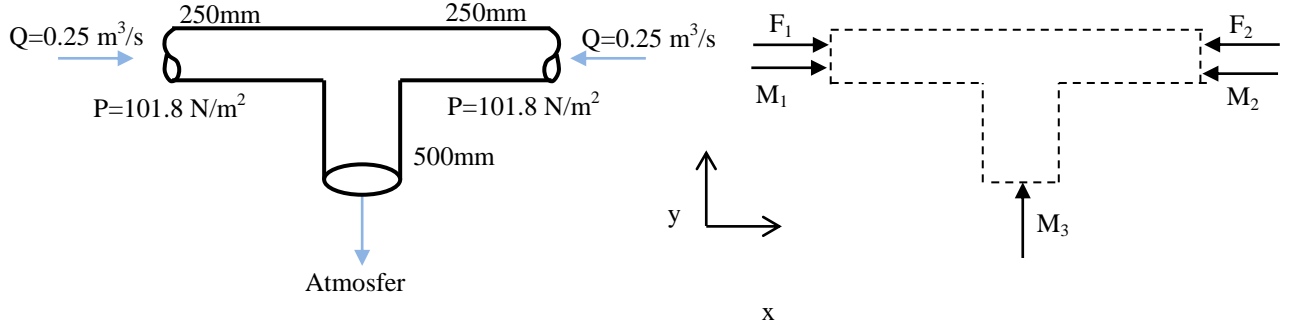
$$R = \sqrt{242^2 + (-27)^2} \Rightarrow R = 244 \text{ N}$$

# AKIŞKANLAR MEKANİĞİ

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

## Problem 5.14 (Yüksel, 2008)

Şekilde görülen ve su ileten yatayda bulunan dirseğe tesir edecek kuvvetleri hesaplayınız.



$$Q_3 = Q_1 + Q_2$$

$$Q_3 = 0.25 + 0.25 = 0.50 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$V_3 = \frac{Q_3}{A_3} = \frac{0.5 * 4}{\pi * 0.5^2} = 2.546 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$V_1 = V_2 \quad A_1 = A_2 \quad Q_1 = Q_2 \quad M_1 = M_2 \quad P_1 = P_2 \quad F_1 = F_2$$

İmpuls momentum denklemi x doğrultusu için:

$$\sum F_x = 0 \quad -R_x + \rho \frac{Q}{2} V_1 + P_1 A_1 - \rho \frac{Q}{2} V_2 - P_2 A_2$$

$$R_x = 0$$

İmpuls momentum denklemi y doğrultusu için:

$$\sum F_y = 0 \quad -R_y + \rho Q V_3 = 0$$

$$R_y = 1000 * 2.546 * 0.5 = 1298.46 \text{ N}$$

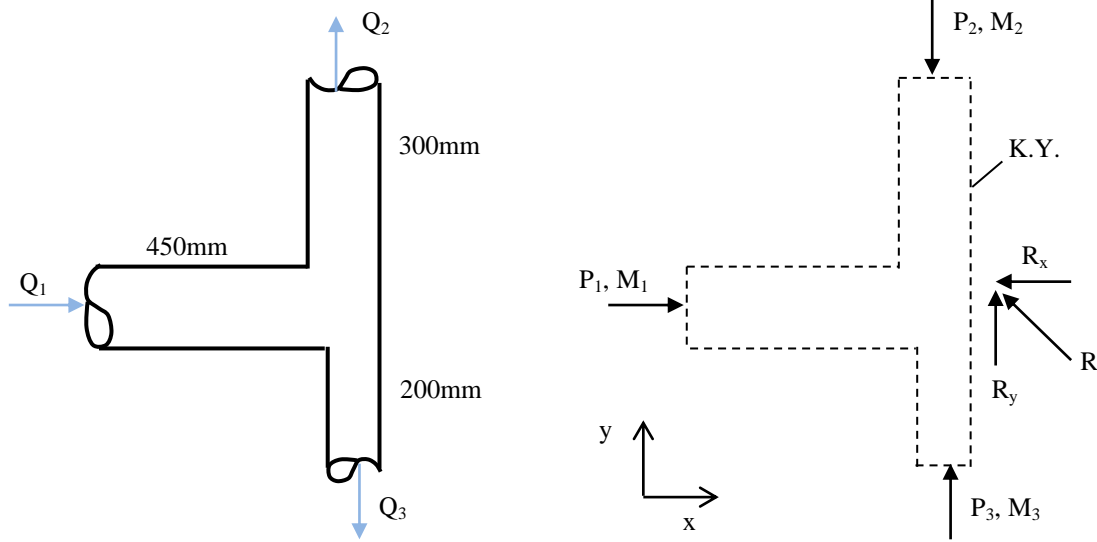


# AKIŞKANLAR MEKANİĞİ

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

## Problem 5.15

Şekildeki yatay düzlemde bulunan T şeklindeki Boru içindeki su akımında (1) kesitinde akımın debisi  $Q_1=0.3 \text{ m}^3/\text{s}$  ve rölatif basınç  $P_1= 500 \text{ kN/m}^2$  dir. (2) kesitinde akımın debisi  $Q_2=0.15 \text{ m}^3/\text{s}$  olduğuna göre, akışkanı ideal kabul ederek, akışkanın T boru parçasına etkittiği bileşke kuvveti ve yönünü hesaplayınız.



Sürekli denklemi:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q_3 = Q_1 - Q_2 \Rightarrow Q_3 = 0.3 - 0.15 = 0.15 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$V_1 = \frac{Q_1}{A_1} = \frac{0.3 \cdot 4}{\pi \cdot 0.45^2} = 1.89 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$V_2 = \frac{Q_2}{A_2} = \frac{0.15 \cdot 4}{\pi \cdot 0.30^2} = 2.12 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$V_3 = \frac{Q_3}{A_3} = \frac{0.15 \cdot 4}{\pi \cdot 0.20^2} = 4.78 \text{ m}^3/\text{s}$$

Enerji denklemi:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} = \frac{V_3^2}{2g} + \frac{P_3}{\gamma}$$

1 ve 2 kesitleri arasında Enerji denklemi:

## AKIŞKANLAR MEKANIĞI

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

$$\frac{P_2}{\gamma} = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} = \frac{500000}{10000} + \frac{1.89^2 - 2.12^2}{19.62} = 49.95 \text{ m} \Rightarrow P_2 = 49.95 * 10^4 \text{ Pa} = 499.5 \text{ kPa}$$

1 ve 3 kesitleri arasında Enerji denklemi:

$$\frac{P_3}{\gamma} = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2 - V_3^2}{2g} = \frac{500000}{10000} + \frac{1.89^2 - 4.78^2}{19.62} = 49.02 \text{ m} \Rightarrow P_3 = 49.02 * 10^4 \text{ Pa} = 490 \text{ kPa}$$

x doğrultusunda K.Y. etki eden kuvvet:

$$F_x = P_1 A_1 = 500 * \frac{\pi * 0.45^2}{4} = 79.52 \text{ kN}$$

y doğrultusunda K.Y. etki eden kuvvetler:

$$F_{y3} = P_3 A_3 = 490 * \frac{\pi * 0.20^2}{4} = 15.39 \text{ kN}$$

$$F_{y2} = P_2 A_2 = 499.5 * \frac{\pi * 0.30^2}{4} = 35.31 \text{ kN}$$

x doğrultusunda momentum denklemi:

$$\sum F_x = 0 \quad -R_x + P_1 A_1 - \rho Q_1 V_1 = 0$$

$$R_x + 79.52 - 0.3 * 1.89 = 79.53 - 0.57 = 78.96 \text{ kN}$$

y doğrultusunda momentum denklemi:

$$\sum F_y = 0 \quad R_y - P_2 A_2 - \rho Q_2 V_2 + P_3 A_3 + \rho Q_3 V_3 = 0$$

$$R_y = 35.31 + 0.15 * 2.12 - 15.39 - 0.15 * 4.78 = 19.52 \text{ kN}$$

Bileşke kuvvet:

$$R = \sqrt{78.96^2 + 19.52^2} \Rightarrow R = 81.34 \text{ kN}$$

Bileşke kuvvetin x eksenine ile yaptığı açı:

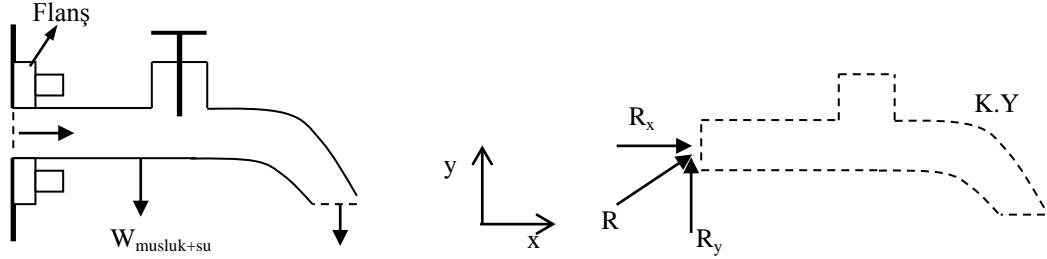
$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{19.52}{78.96} = 0.247 \Rightarrow \theta = 13.87^\circ$$

## AKIŞKANLAR MEKANİĞİ

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

### Problem 5.16 (Çengel ve Cimbala, 2008)

Şekilde görülen flanşlı musluktan 70 lt/dak debiyle su akmaktadır. Flanşın bulunduğu bölümde borunun iç çapı 19.8mm, bu noktada ölçülen basınç 89.63 kPa ve musluk+içerisindeki suyun ağırlığı 56.94 N olduğuna göre flanşa etki eden net kuvveti hesaplayınız.



$$Q = 70 \text{ lt / dak} = \frac{70}{1000 * 60} = 0.00117 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi * 0.0198^2}{4} = 0.00031 \text{ m}^2$$

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow V_1 = V_2 = \frac{Q}{A} = \frac{0.00117}{0.00031} = 3.77 \text{ m/s}$$

$$m = \rho Q = 1000 * 0.00117 = 1.17 \text{ kg/s}$$

$$\sum F_x = \rho Q (V_{2x} - V_{1x}) \Rightarrow R_x + P_1 A_1 = \rho Q (0 - V_{1x})$$

$$R_x = -P_1 A_1 - \rho Q V_{1x}$$

$$R_x = -89630 * 0.00031 - 1.17 * 3.77 = -32.2 \text{ N}$$

$$\sum F_y = \rho Q (V_{2y} - V_{1y}) \Rightarrow R_y - W_{\text{musluk+su}} = \rho Q (-V_{2y} - 0)$$

$$R_y = -\rho Q V_{2y} + W_{\text{musluk+su}}$$

$$R_y = -1.17 * 3.77 + 56.94 = 52.5 \text{ N}$$

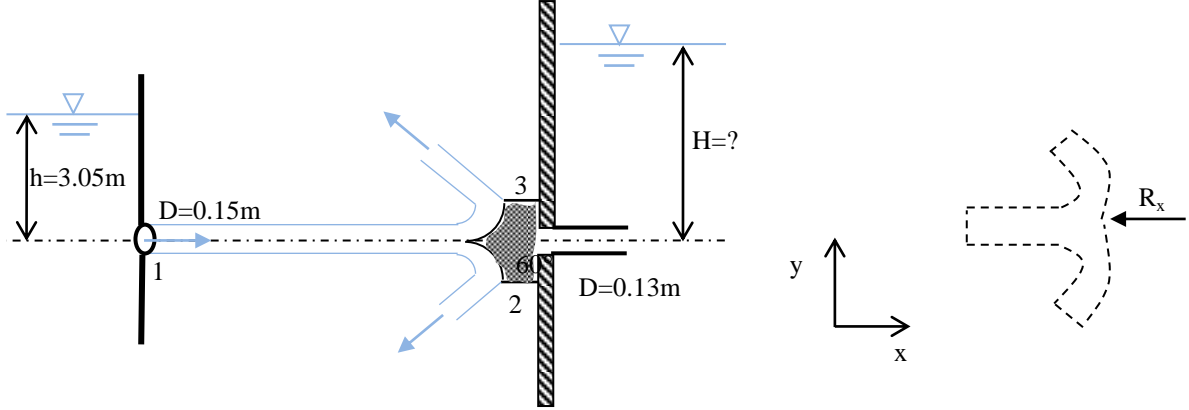
$$R = \sqrt{(-32.2)^2 + 52.5^2} \Rightarrow R = 61.6 \text{ N}$$

# AKIŞKANLAR MEKANİĞİ

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

## Problem 5.17 (Sığiner ve Sümer, 1980)

Şekildeki 2-3 kapağında su sızması için gerekli minimum H yüksekliği ne olmalıdır.



(1) deki su hızı ve debi:

$$V = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 * 9.81 * 3.05} = 7.74 \text{ m/s}$$

$$Q = VA = 7.74 * \frac{\pi * 0.15^2}{4} = 0.137 \text{ m}^3 / \text{s}$$

(2)-(3) kapağının hemen yakınından 1-2 ve 1-3 arasında Bernoulli denkleminin uygulanması ile 2 ve 3 kollarındaki su hızları V olarak elde edilir. Kapağın kontrol yüzeyine etki ettirdiği kuvvet:

$$\sum F_x = \rho Q(V_{2x} - V_{1x}) \Rightarrow -R_x = \rho Q(-V_{2x} - V_{1x})$$

$$R_x = \rho Q(V \cos(60) + V) \Rightarrow R_x = 1000 * 0.137 * 7.74 * (\cos(60) + 1)$$

$$R_x = 1590.57 \text{ N}$$

Sağdaki tanktan 2-3 kapağına etkiyen ortalama basınç  $P = \gamma H$ , ve 0.13m çapındaki deliğe gelen basınç kuvvet:

$$P = \gamma H \frac{\pi D^2}{4} = 9810 * H \frac{\pi * 0.13^2}{4} = 130.21H$$

Su jetinin kapağına tesir ettirdiği kuvvet,  $R_x$ 'e eşit ve sağa doğrudur. Kapaktan su sızması için  $R_x$ , P'den büyük veya eşit olmalıdır:

$$R_x = P$$

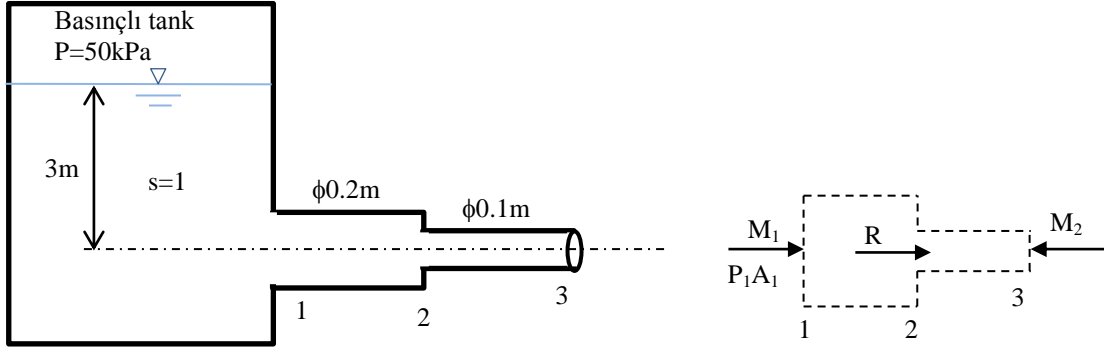
$$1590.57 = 130.21H \quad H = 12.22 \text{ m}$$

## AKIŞKANLAR MEKANIĞI

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

### Problem 5.18 (İlgaz ve Ark. 2013)

Çok geniş ve kapalı bir tankta su ve basınçlı hava bulunmaktadır. Tanktaki hava basıncı 50kPa olduğuna göre kesit değişimi olan bölgeye (2 kesiti) akımın uyguladığı kuvvetin şiddeti doğrultusu ve yönünü belirleyiniz.



Tanktaki basınç:  $P=50000\text{Pa}$ , Basınç yüksekliği:  $h = \frac{P}{\gamma} = \frac{50000}{10000} = 5\text{m}$

Tanktaki su seviyesi ile 3 kesiti arasındaki enerji denklemi yazılırsa:

$$\frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + z = \frac{V_3^2}{2g} + \frac{P_3}{\gamma} + z_3 \quad 0 + 5 + 3 = \frac{V_3^2}{2g} + 0 + 0$$

$$V_3 = \sqrt{19.62 * 8} = 12.53\text{m/s}$$

$$Q = V_3 A_3 = 12.53 * \frac{\pi * 0.1^2}{4} = 0.0984\text{m}^3/\text{s}$$

$$V = \frac{Q}{A_2} = \frac{0.0984 * 4}{\pi * 0.2^2} = 3.13\text{m/s}$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = \frac{3.13^2}{19.62} = 0.5\text{m}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = 7.5\text{m} \Rightarrow P_1 = 7.5 * 10^4\text{Pa} \quad P_1 A_1 = 7.5 * 10^4 * \frac{\pi * 0.2^2}{4} = 2356.2\text{N}$$

$$M_1 = \rho Q V_1 = 1000 * 0.0984 * 3.13 = 308\text{N}$$

$$M_2 = \rho Q V_2 = 1000 * 0.0984 * 12.53 = 1233\text{N}$$

X doğrultusunda momentum denklemi:

$$P_1 A_1 + M_1 - M_2 + R = 0 \quad R = M_2 - P_1 A_1 - M_1$$

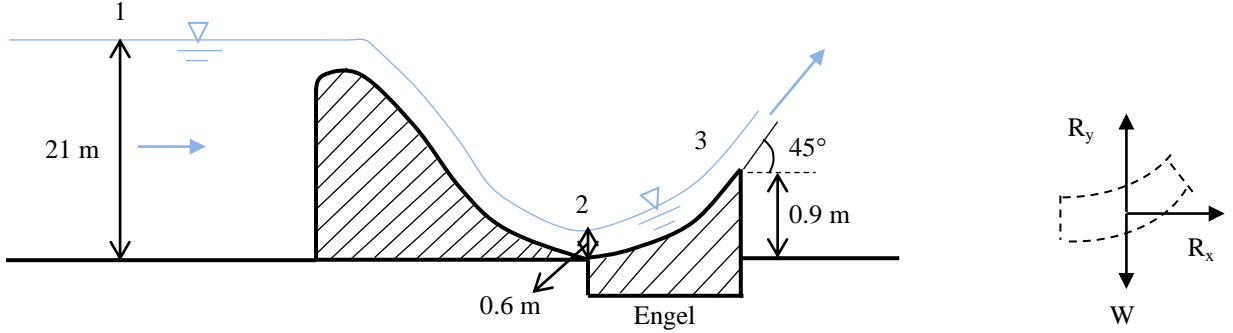
$$R = 1233 - 2356.2 - 308 = -1431.2\text{N}$$

## AKIŞKANLAR MEKANİĞİ

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

### Problem 5.19 (Sığiner ve Sümer, 1980)

Şekildeki sistemde, 2 ve 3 kesitlerindeki hızları ve debiyi bulunuz, Engele gelen kuvvetin yatay ve düşey bileşenlerini ve yönlerini bulunuz, 2 ve 3 kesitleri arasında kalan suyun ağırlığı  $W=0.27$  tondur.



1-2 arasında Bernoulli denklemi:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \Rightarrow V_2 = \sqrt{2g(z_1 - z_2)} = \sqrt{19.62 * (21.0 - 0.6)} \Rightarrow V_2 = 20 \text{ m/s}$$

Buradan debi:  $q = 0.6 * 20 = 12 \text{ m}^3/\text{s} - \text{m}$

2-3 arasında Bernoulli denklemi:

$$\frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 = \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 \Rightarrow V_3 = \sqrt{V_2^2 + (z_2 - z_3)2g}$$

$$V_3 = \sqrt{400 + (-0.9 + 0.6) * 19.62} = 19.9 \text{ m/s} \Rightarrow V_2 \cong V_3 = V = 20 \text{ m/s}$$

$$\sum F_x = \rho Q (V_{2x} - V_{1x}) \Rightarrow V_{2x} = V \cos 45, \quad V_{1x} = V, \quad Q = q$$

$$R_x = \rho Q (V \cos(45) - V) \Rightarrow R_x = 1000 * 12 * (20 * \cos(45) - 20),$$

$$R_x = -70294.4 \text{ N} = -70.29 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = \rho Q (V_{2y} - V_{1y})$$

$$W = 0.27 * 1000 * 9.81, = 2648.7 \text{ N}, \quad V_{2y} = V \sin 45, \quad V_{1y} = 0$$

$$R_y - 2648.7 = 1000 * 12 * (20 * \sin 45 - 0) \Rightarrow R_y = 172354.3 \text{ N} = 172.35 \text{ kN}$$

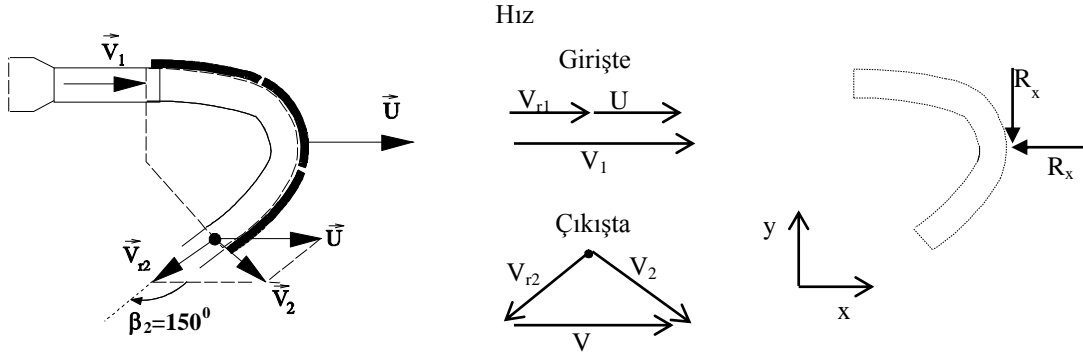
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{70.29^2 + 172.35^2} = 186.13 \text{ kN}$$

# AKIŞKANLAR MEKANİĞİ

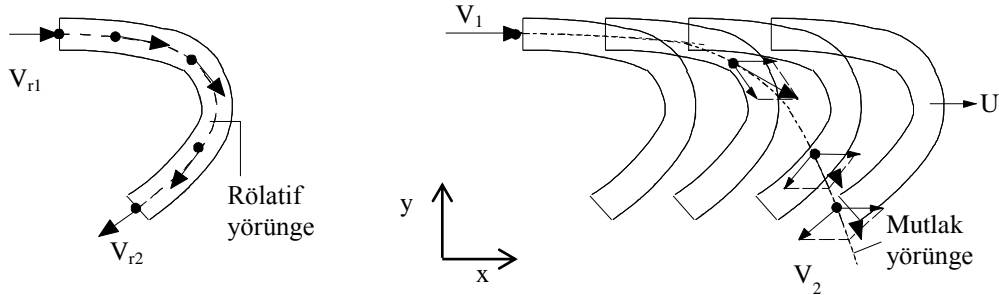
Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

## Problem 5.20 (Kırkgöz, 2013)

Şekilde görüldüğü gibi hızı 40 m/s ve çapı 50 mm olan su jeti 20 m/s hızla hareketli bir kepçeye çarparak  $\beta_2=150^\circ$  lik açı ile saptırılmaktadır.  $V_{r2}=0.9V_{r1}$  olduğuna göre (a) suyun kepçe üzerindeki rölatif ve mutlak yörüngelerini belirleyiniz, (b) suyun bir tek kepçeye uyguladığı kuvveti ve gücü bulunuz ve (c) bir çark üzerine dizili kepçeler olması durumunda su tarafından uygulanan kuvveti ve gücü bulunuz.



(a) Suyun kepçe üzerindeki rölatif yörüngesi rölatif hız vektörünün, mutlak yörüngesi ise mutlak hız vektörünün teğet olduğu çizgiler olup aşağıda gösterilmiştir.



(b)  $V_{r1} = V_1 - U = 40 - 20 = 20 \text{ m/s}$ ,  $V_{r2} = 0.9 V_{r1} = 18 \text{ m/s}$

$$\sum F_x = \int_{K.Y.} u_{xyz} (\rho \vec{V}_{xyz} \cdot d\vec{A}) = \rho Q' (u_{r2} - u_{r1}) = \rho Q' (V_{r2} \cos \beta_2 - V_{r1})$$

$$Q' = V_{r1} A_1 = 20 * \pi * 0.05^2 / 4 = 0.0393 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$-R_x = 1000 * 0.0393 * [18 * \cos(-150) - 20] \Rightarrow R_x = 1399 \text{ N}$$

$$\sum F_y = \int_{K.Y.} v_{xyz} (\rho \vec{V}_{xyz} \cdot d\vec{A}) = \rho Q' (v_{r2} - v_{r1}) = \rho Q' (V_{r2} \sin \beta_2 - 0)$$

$$-R_y = 1000 * 0.0393 * [18 * \sin(-150) - 0] \Rightarrow R_y = 354 \text{ N}$$

Bir tek kepçeye aktarılan güç:  $P = R_x U = 1399 * 20 = 27980 \text{ W}$