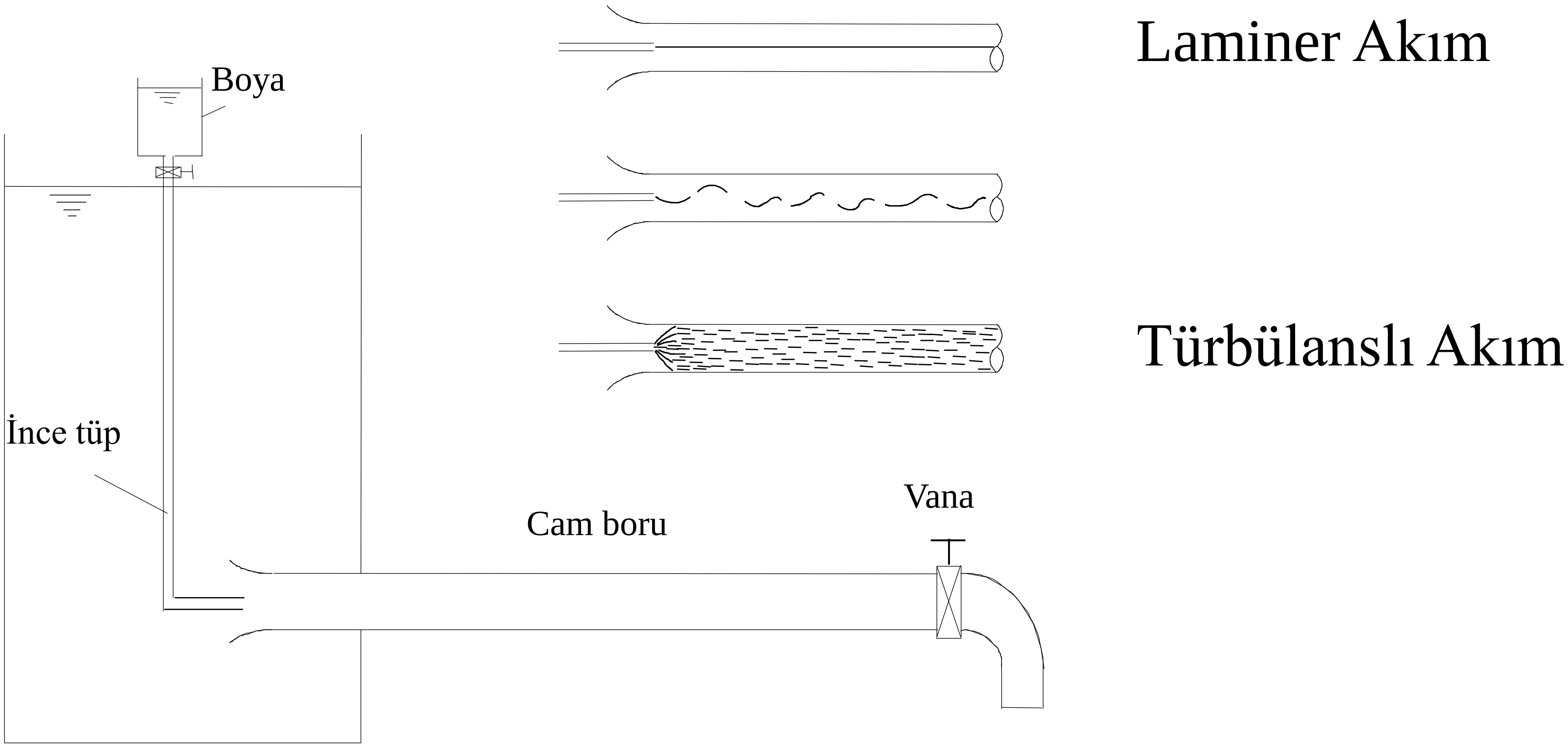
BÖLÜM 6

GERÇEK AKIŞKANLARIN HAREKETİ

Laminer ve Türbülanslı Akımlar



Gerçek akışkanlar üzerine gelen kuvvetler;

Basınç kuvveti : F_P

Ağırlık kuvveti : F_G

Sürtünme kuvveti : F_V

Yüzeysel Gerilim kuvveti : F_σ

Elastisite kuvveti : F_E

Atalet kuvveti : $F_I = F_P + F_G + F_V + F_\sigma + F_E$

$$F_I = m \cdot a = \rho L^3 \frac{L}{T^2} = \rho \frac{L^4}{T^2} = \rho V^2 L^2$$

Sürtünme kuvveti = F_V

$$F_V = \mu \frac{du}{dy} A = \mu \frac{V}{L} L^2 = \mu V L$$

$$\frac{Ataletkuvveti}{Sürtünmekuvveti} = \frac{\rho V^2 L^2}{\mu VL} = \frac{\rho VL}{\mu}$$

Reynolds Sayısı $\mathrm{Re} = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{VL}{\upsilon}$

V = Akım Hızı

L = Karakteristik Boyut

υ= Kinematik Viskozite

Akışkanlar bu kuvvetler altında iki şekilde hareket ederler.

1- Laminer Akım (Tabakalı Akım)

2- Türbülanslı Akım (Çalkantılı Akım)

Re=<2000 : Laminer Akım

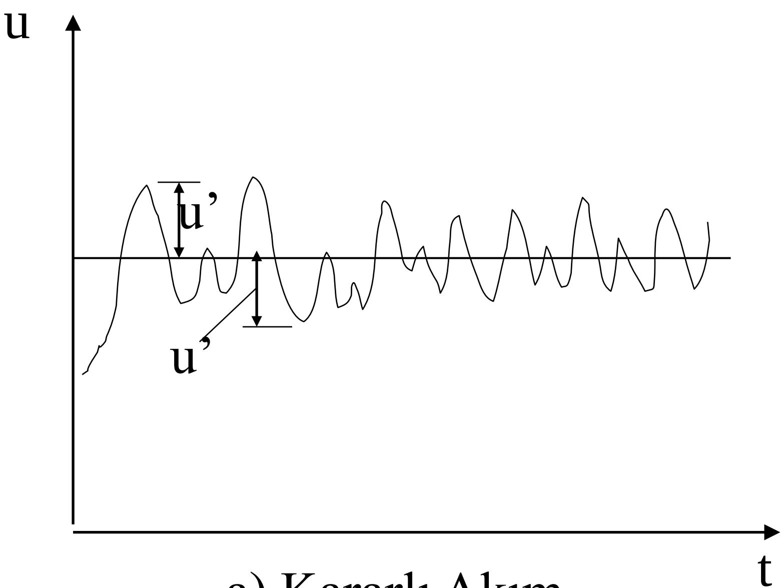
2000< Re < 4000 : Laminer-Türbülans Geçiş Bölgesi

4000=<Re : Türbülanslı Akım

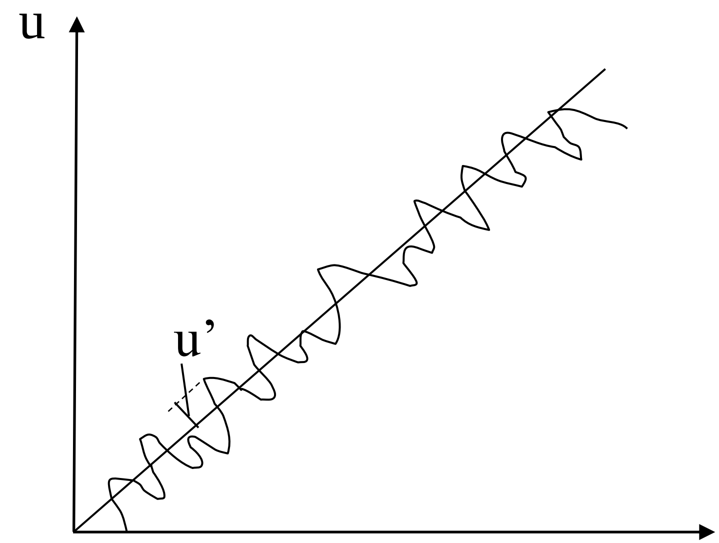
Hızın ortalama değeri : $\bar{u}$

Çalkantı hız bileşeni : $u'(t)$

Toplam hız : $u(t) = \bar{u} \pm u'(t)$

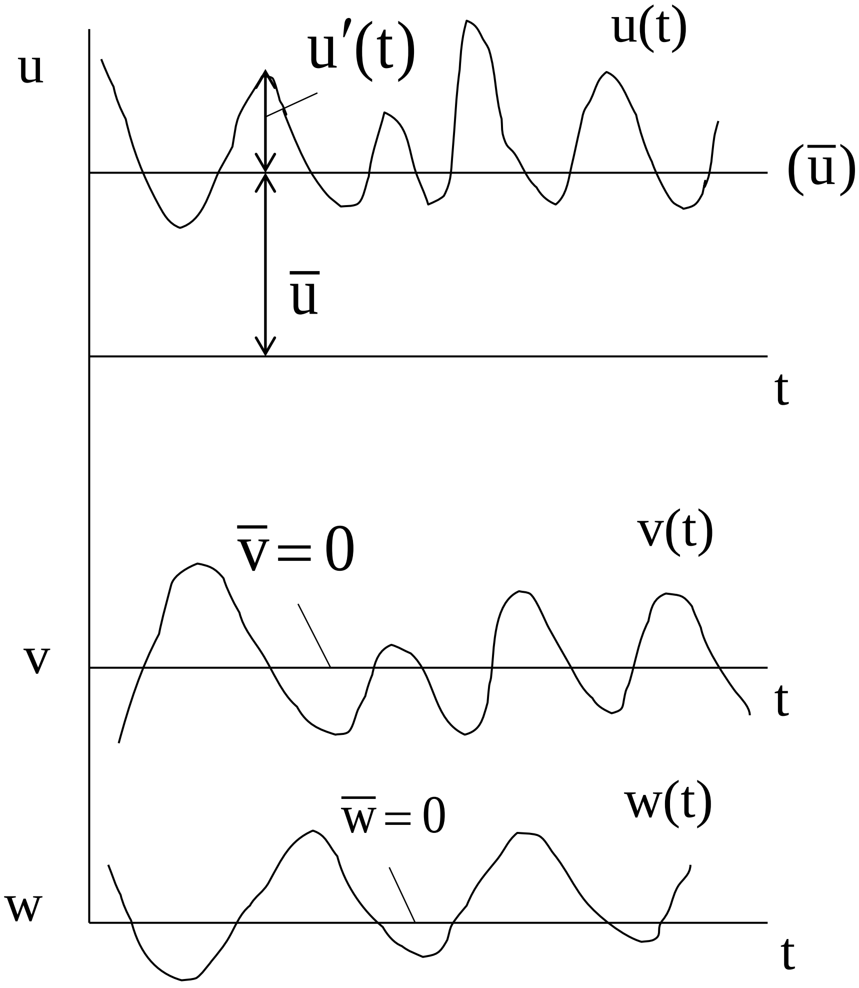


a) Kararlı Akım



a) Kararsız Akım

$$\bar{v} = \bar{w} = 0$$



$$\bar{u}' = \frac{1}{T}\int_0^T u'(t)\,dt$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T (u(t) - \bar{u})\,dt = \bar{u} - \bar{u} = 0$$

$$u(t) = \bar{u} \pm u'(t)$$

$$v(t) = \bar{v} \pm v'(t)$$

$$w(t) = \bar{w} \pm w'(t)$$

Hız sapıncının kareler ortalamasının karekökü (k.o.k.) $\sqrt{\overline{u'^2}}$

$$I = \frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{\bar{u}}$$ türbülansın rölatif şiddeti

$$\left(\text{Uc Boyutlu akim icin} \quad I = \frac{\sqrt{\left(\overline{u}'^2 + \overline{v}'^2 + \overline{w}'^2\right)/3}}{V} \right)$$

Türbülanslı Akımda Süreklilik Denklemi

Ortalama hız bileşenleri : $u = \bar{u} + u'$

Sıkışmaz türbülanslı akım için süreklilik denklemi:

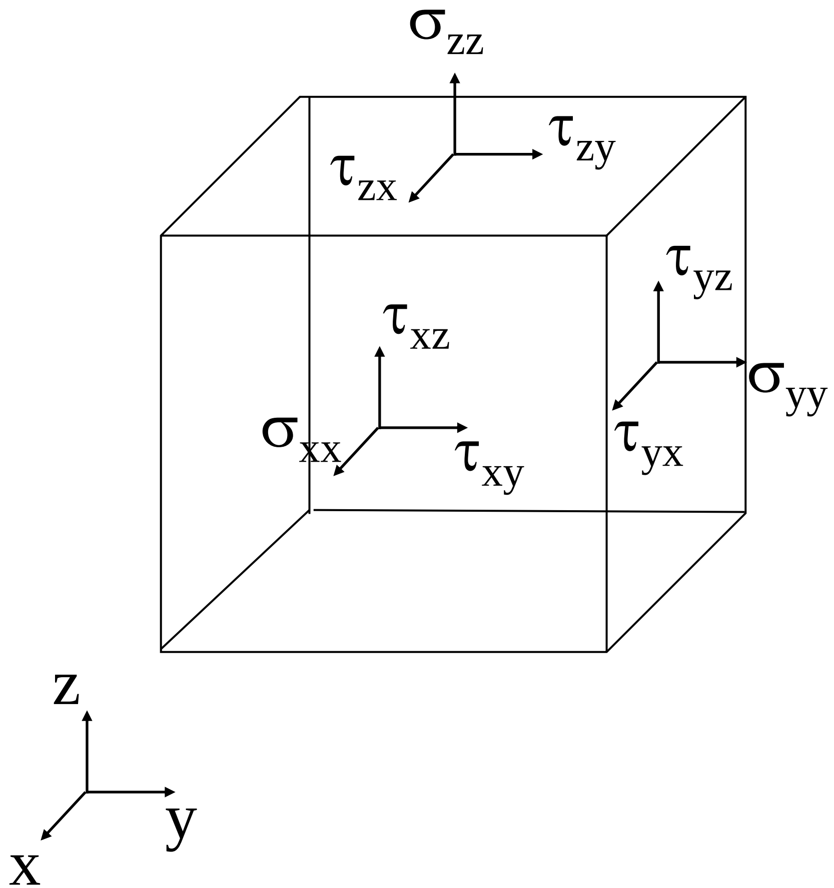
$$\frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v} + v')}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{w} + w')}{\partial z} = 0$$

Bu ifadede her bir terimin Δt zaman aralığı için ortalaması:

$$\frac{\partial(\overline{\bar{u} + u'})}{\partial x} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} [\frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial x}]dt$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \qquad \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0$$

Sürtünmeli Akışkanlarda Hareket Denklemleri



.

$$(\tau_{xy}=\tau_{yx}\ ,\ \tau_{yz}=\tau_{zy}\ ,\ \tau_{zx}=\tau_{xz})$$

Akışkan elemanına gelen yüzeysel kuvvetler;

$$F_x = \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) dx\, dy\, dz$$

$$F_y = \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) dx\, dy\, dz$$

$$F_z = \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) dx\, dy\, dz$$

Newton'un 2. Kanunu x doğrultusu için yazılırsa;

$$\sum F_x = dm\, a_x$$

$$dm = \rho\, dx\, dy\, dz$$

$$a_x = \frac{du}{dt} = u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$\rho\, dx\, dy\, dz\frac{du}{dt} = \rho\, dx\, dy\, dz\, X + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}dx\, dy\, dz + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}dx\, dy\, dz + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}dx\, dy\, dz$$

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial u}{\partial t}\right)=\rho X+\frac{\partial \sigma_{x}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}$$

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial v}{\partial t}\right)=\rho Y+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{y}}{\partial y}++\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}$$

$$\rho\left(u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial t}\right)=\rho Z+\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_{z}}{\partial z}$$

Bu ifadelerin vektör tansör formu

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{K} + \left[\vec{\nabla}.T\right]$$

$$\sigma_{xx} = -p + 2\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{3}\,div\vec{V}\right)$$

$$\tau_{yx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

$$\tau_{zx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)$$

$$\rho\frac{du}{dt}=\rho X+\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}$$

$$\rho\frac{du}{dt}=\rho X+\left[\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(-p+2\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{1}{3}\mathrm{div}\vec{V}\right)\right)\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right)\right]$$

$$\rho\frac{du}{dt}=\rho X-\frac{\partial p}{\partial x}-\frac{2}{3}\mu\frac{\partial}{\partial x}\left(\mathrm{div}\vec{V}\right)+2\mu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial y\partial x}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z\partial x}\right)$$

$$\rho\frac{du}{dt}=\rho X-\frac{\partial p}{\partial x}-\frac{2}{3}\mu\frac{\partial}{\partial x}\left(\mathrm{div}\vec{V}\right)+\mu\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$

$$\rho\frac{du}{dt}=\rho X-\frac{\partial p}{\partial x}-\frac{2}{3}\mu\frac{\partial}{\partial x}\left(\mathrm{div}\vec{V}\right)+\mu\frac{\partial}{\partial x}\left(\mathrm{div}\vec{V}\right)+\mu\nabla^2 u$$

x, y ve z doğrultularında:

$$\rho \frac{du}{dt} = \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 u$$

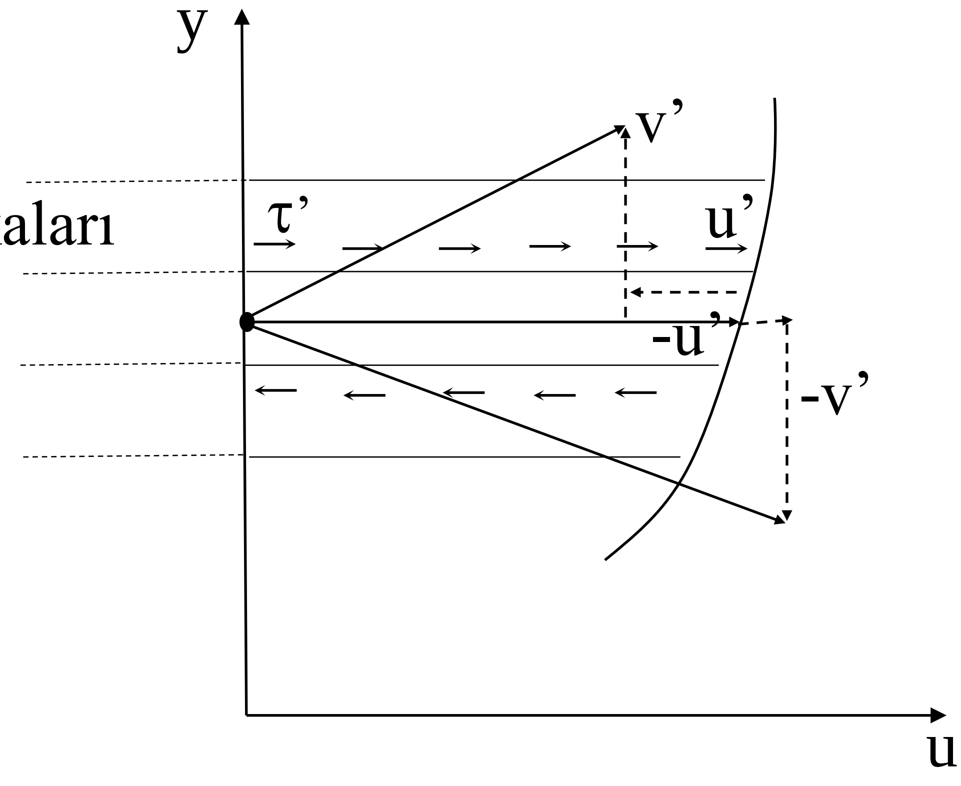
$$\rho \frac{dv}{dt} = \rho Y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 v$$

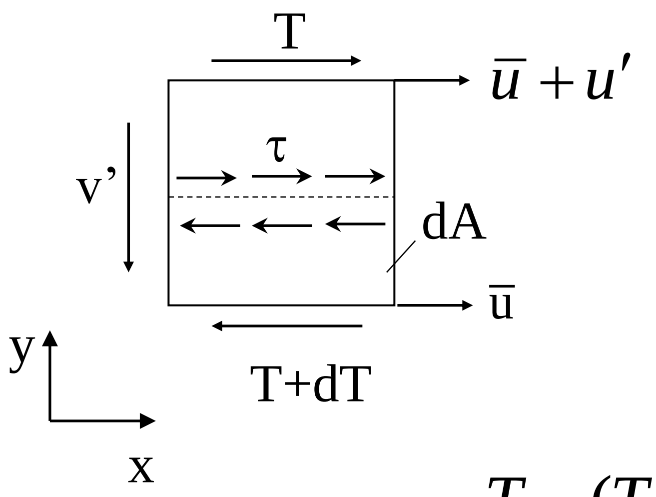
$$\rho \frac{dw}{dt} = \rho Z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 w$$

Navier-Stokes denklemleri

Türbülans Kayma Gerilmesi

Akım tabakaları





$$\sum F_x = \rho Q(u_2 - u_1)$$

$$T - (T + dT) = \bar{u}\,(\rho v'\,dA) - (\bar{u} + u')(\rho v'\,dA)$$

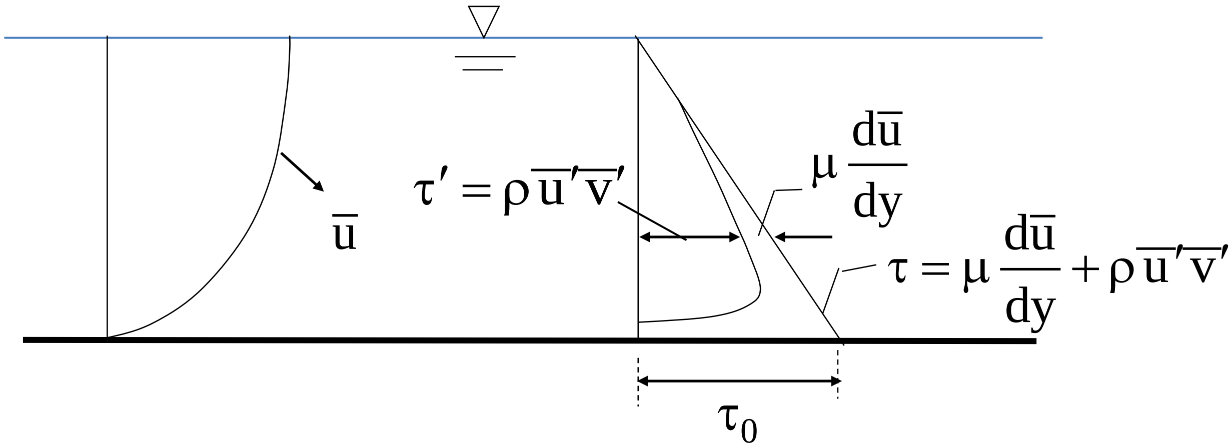
$$\mathrm{dT} = \rho\, \mathrm{u}'\,\mathrm{v}'\,\mathrm{dA}$$

$$\mathrm{dT}/\mathrm{dA} = \tau'$$

$$\tau' = \rho\, \mathrm{u}'\,\mathrm{v}'$$

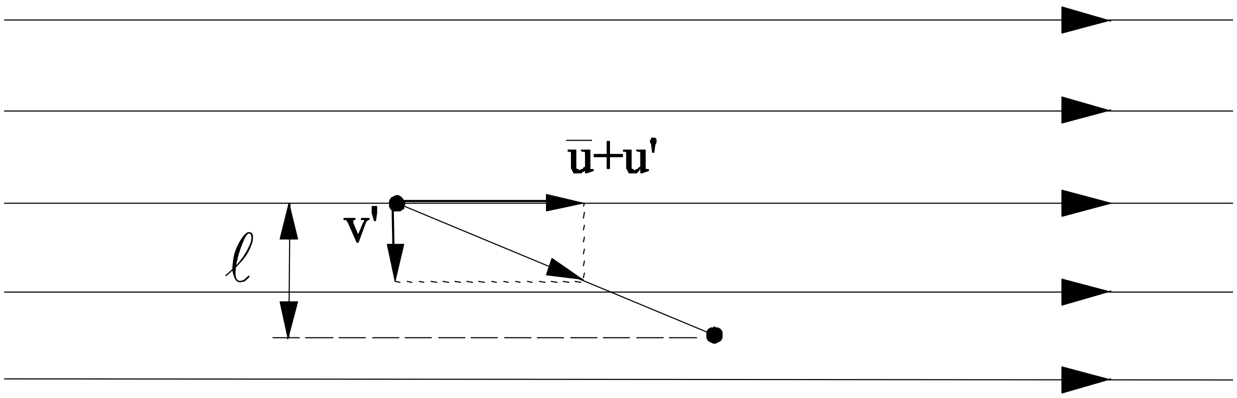
$$\tau' = \rho\, \overline{u'v'}$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} + \rho\, \overline{u'v'}$$



Hız dağılımı Kayma gerilmesi dağılımı

Prandtl'ın Karışım uzunluğu teorisi



$$v' \approx u' \approx \ell \frac{d\bar{u}}{dy}$$

Türbülans kayma gerilmesi:

$$\tau' = \rho\,\overline{u'v'} = \rho\,\ell^2 \left(\frac{d\bar{u}}{dy}\right)^2$$

Bu ifadeye **türbülansın genel denklemi** denir.

$$\ell = \chi\, y$$

χ **Karman sabiti** olarak anılmakta ve 0.4 değerini almaktadır.

$$\tau' = \rho\,\chi^2\,y^2 \left(\frac{d\,\bar{u}}{dy}\right)^2$$

Türbülanslı Akımda Hız Dağılımı

$$\tau' = \tau_0 = \rho \chi^2 \; y^2 \left(\frac{d\,\bar{u}}{dy} \right)^2$$

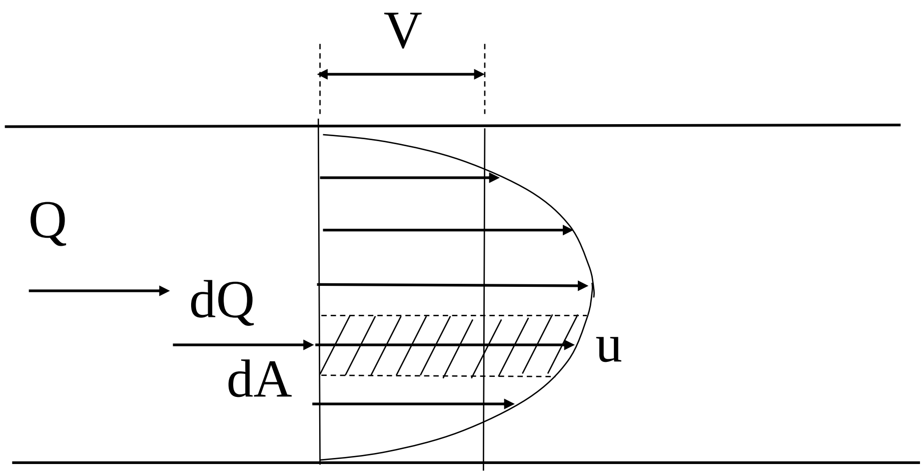
$$d\,\bar{u} = \frac{1}{\chi} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \, \frac{dy}{y}$$

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{\chi} \, \mathrm{Ln}\, y + C$$

$$u_* = \sqrt{\tau_0 / \rho}$$ kayma hızı

Hız Dağılım Faktörleri

Kinetik Enerji Düzeltme Faktörü, α



$$\int_A \rho\, dQ \frac{u^2}{2} > \rho\, Q \frac{V^2}{2}$$

$$\int_A u^3\, dA = \alpha\, V^3$$

$$\alpha = \frac{1}{A\, V^3} \int_A u^3 dA$$

- Laminer boru akımları için α=2
- Türbülanslı akımlarda ise bu sabit α=1.02-1.15
- Düzensiz kesitteki açık kanal akımlarında α=1.1-1.8
- Pratik mühendislik problemlerinde α=1

Momentum Düzeltme Faktörü, β

$$\int_A \rho \, dQ \, u > \rho \, Q \, V$$

$$\int_A u^2 dA > \beta \, A V^2$$

$$\beta = \frac{1}{AV^2} \int_A u^2 dA$$

Böylece bir kesitteki gerçek akım için momentum ifadesi;

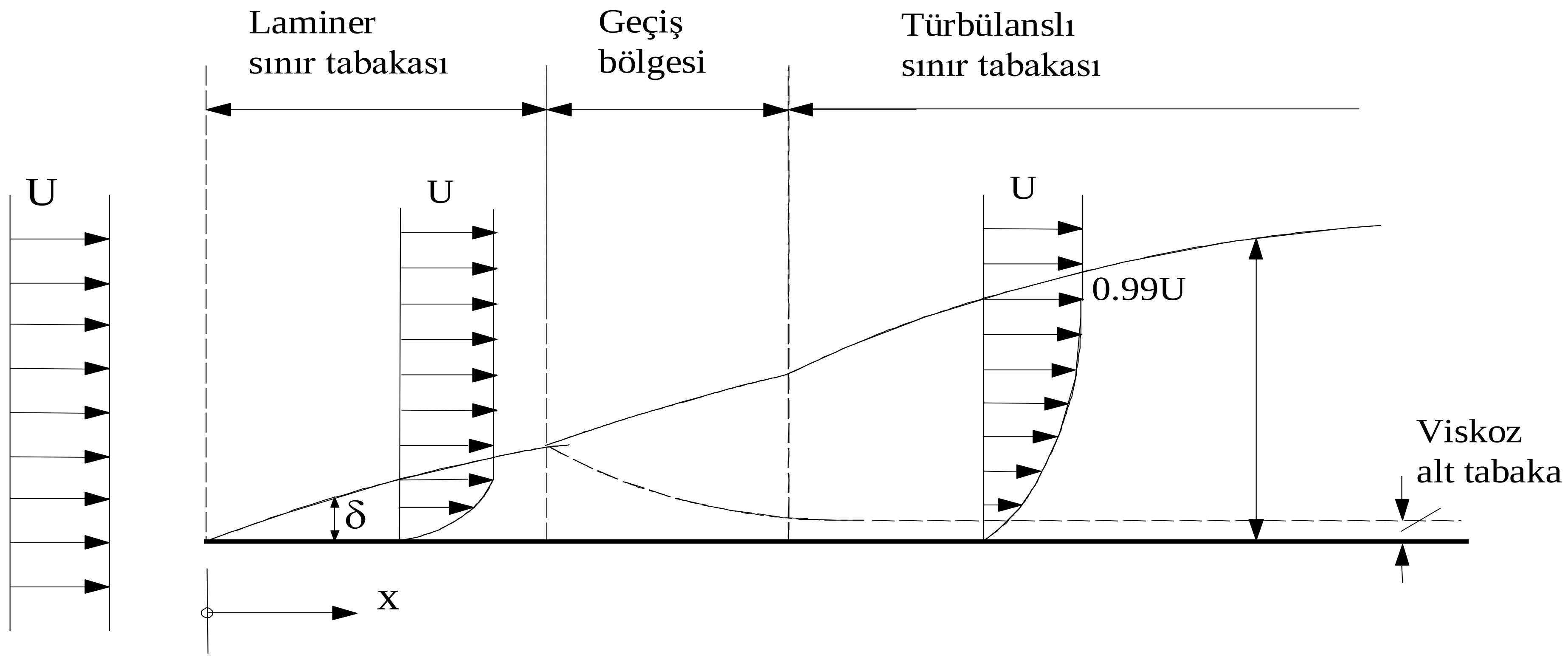
$$\frac{dM}{dt} = \beta \, \rho \, Q \, V$$

Türbülanslı boru akımlarında β=1.005 - 1.05

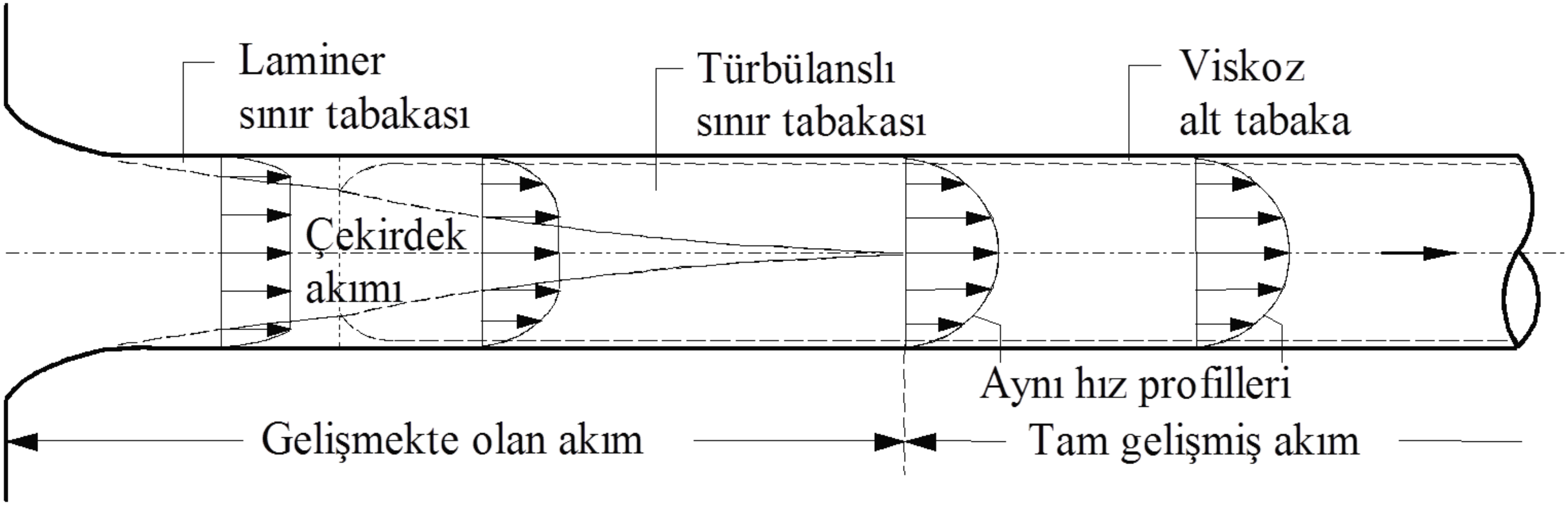
Açık kanallarda β=1.01-1.3

Sınır Tabakası

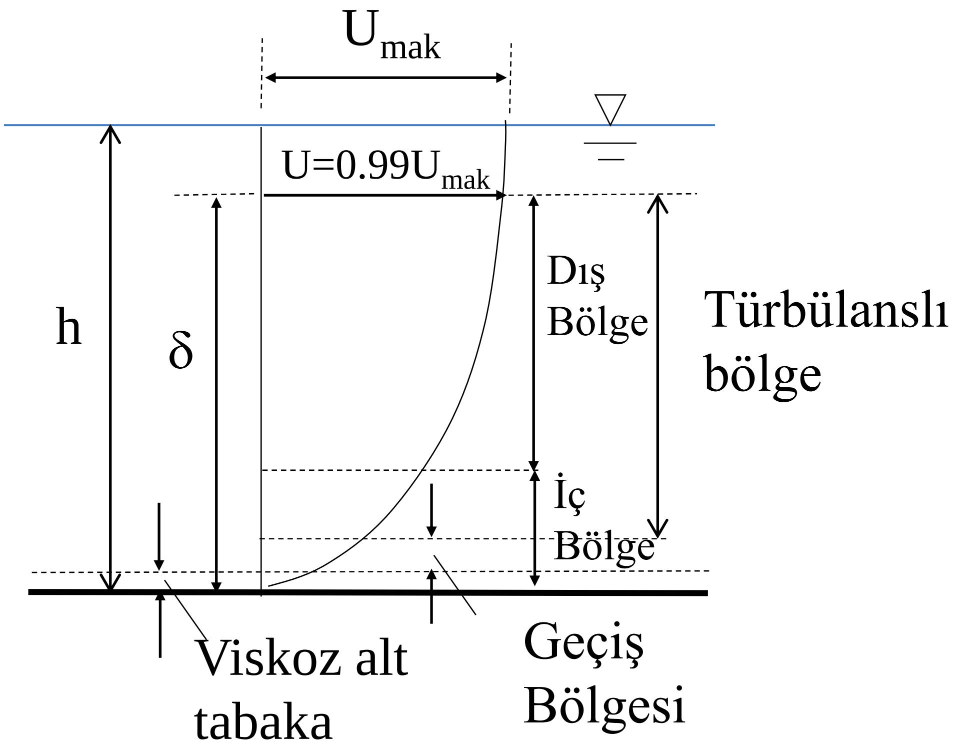
Sınır Tabakasının Gelişimi



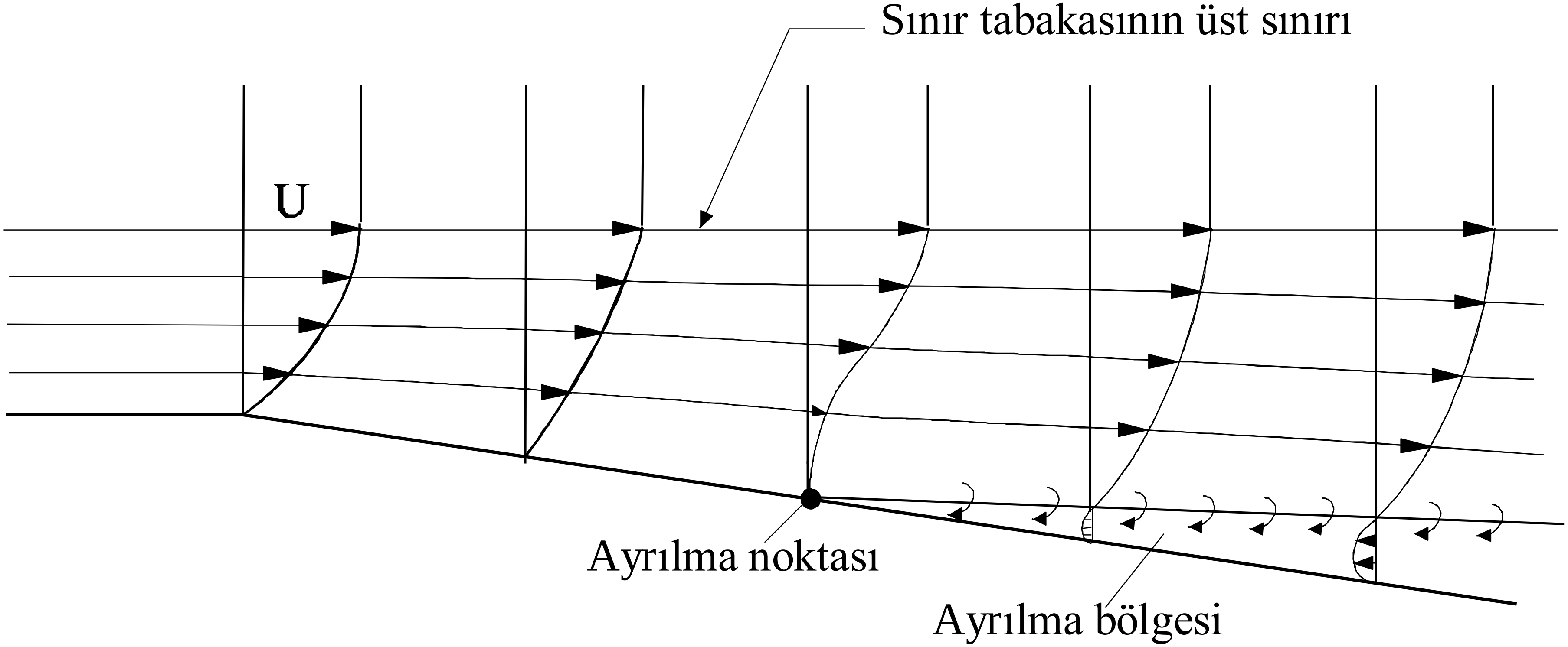
$$Re_x = \frac{U\,x}{\nu} \quad \text{ve} \quad Re_\delta = \frac{U\,\delta}{\nu}$$

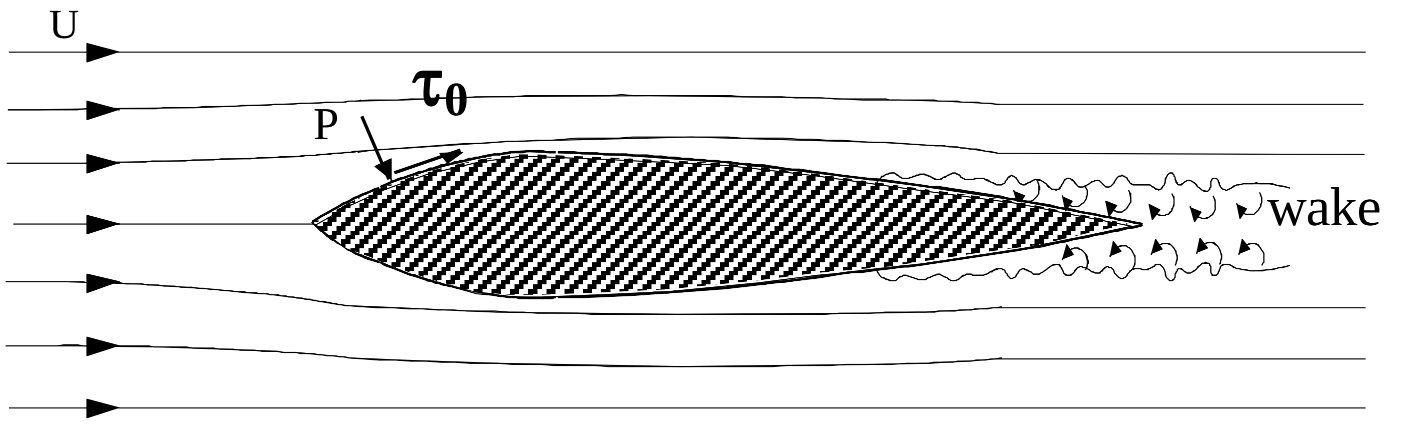


Tam Gelişmiş Türbülanslı Sınır Tabakasının Bileşimi



Sınır Tabakasının Ayrılması





Hidrodinamik, aerodinamik profil

Akımda Batmış Cisimlere Gelen Kuvvetler

İtki Kuvveti : Akım yönünde etkiyen kuvvettir.

Sürtünme itkisi : FD_s

Basınç itkisi : FD_p

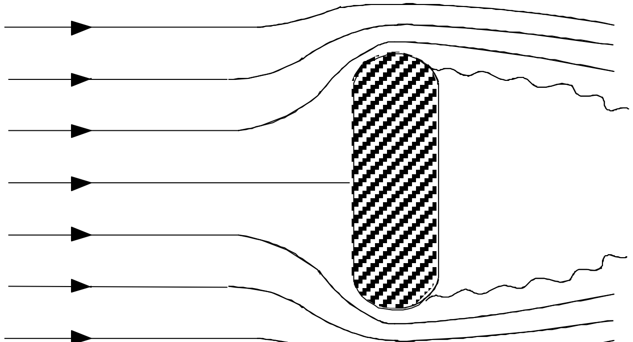
İtki kuvveti : FD

C_{Ds} : sürtünme itki katsayısı

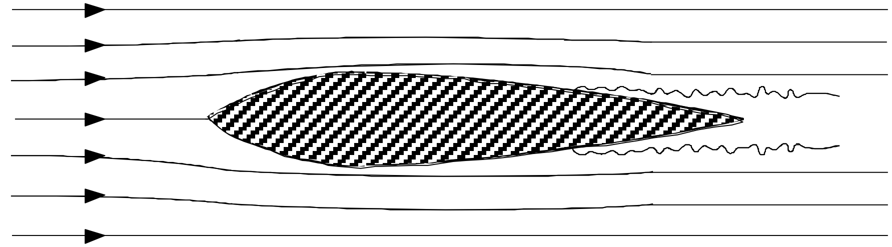
C_{Dp} : basınç itki katsayısı

$C_D = C_{Ds} + C_{Dp}$: itki katsayısı

$$F_D = \left(C_{Ds} + C_{Dp}\right) \frac{\rho U^2}{2} A \qquad F_D = C_D \frac{\rho U^2}{2} A$$



Geniş cisim

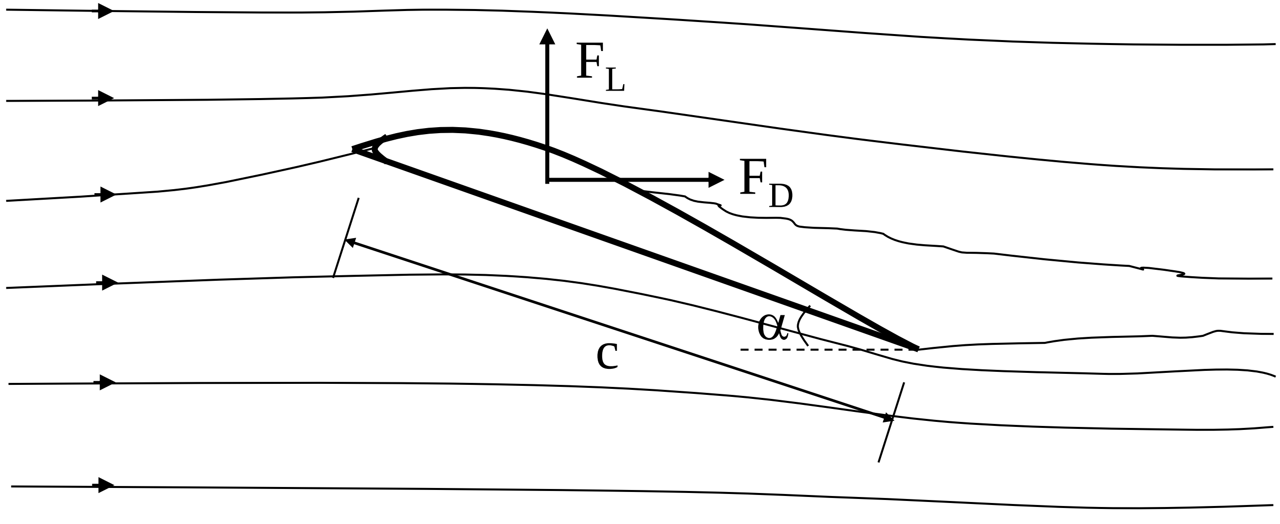


Dar cisim

Tablo Bazı cisimler için C_D değerleri

Cisim	Re	C_D
Dairesel silindir	10^4– 1.5×10^5	1.2
Eliptik silindir ⬭ 2:1	4×10^4	0.6
⬭ 8:1	2×10^5	0.2
Kare silindir □	3.5×10^4	2.0
◇	10^4 - 10^5	1.6
Üçgen silindir ◁ 30°	10^5	1.0
Küre	10^4	0.7
Küp	10^4	1.1

Kaldırma Kuvveti (Yanal Kuvvet)



$$F_L = C_L \frac{\rho U^2}{2} A$$

C_L : kaldırma katsayısı,

Kanat genişliği c, uzunluğu L, A=cL